

OFPPT

ROYAUME DU MAROC

مكتب التكوين المهني وإنعاش الشغل
Office de la Formation Professionnelle et de la Promotion du Travail
DIRECTION RECHERCHE ET INGENIERIE DE FORMATION

RESUME THEORIQUE
&
GUIDE DE TRAVAUX PRATIQUES

MODULE 10

MECANIQUE DES SOLS

SECTEUR : BTP

**SPECIALITE : TECHNICIEN SPECIALISE GROS
ŒUVRE**

NIVEAU : TECHNICIEN SPECIALISE

REMERCIEMENTS

La DRIF remercie les personnes qui ont contribué à l'élaboration du présent document.

Pour la supervision :

M. Khalid BAROUTI
Mme Najat IGGOUT

Chef projet BTP
Directeur du CDC BTP

Pour la conception :

Mr KRISTOV KOLEV

Formateur à ISTA MAAMORA KENITRA

Mr LAHLAFI MOHAMMED

Formateur ISTA MAAMORA KENITRA

Pour la validation :

Mr. TSVETANOV Pavel

Formateur animateur au CDC /BTP

Les utilisateurs de ce document sont invités à communiquer à la DRIF toutes les remarques et suggestions afin de les prendre en considération pour l'enrichissement et l'amélioration de ce programme.

DRIF

MODULE 10: Etude génie civil, mécanique des sols

Durée : 55h

OBJECTIF OPERATIONNEL

COMPORTEMENT ATTENDU

Pour démontrer sa compétence, le stagiaire doit, **savoir interpréter des rapports géotechniques et évaluer la qualité des sols, la conformité des matériaux et des produits mis en œuvre** selon les conditions, les critères et les précisions qui suivent

CONDITIONS D'EVALUATION

- Avoir des connaissances (notions) de géologie.
- L'étude de sol,
- Les CCTG et CCTP,
- La technique adaptée,
- La nature et les caractéristiques des matériaux et des produits manufacturés,
- Les procédés et moyens de mise en œuvre,

CRITERES GENERAUX DE PERFORMANCE

♦ Connaissances des définitions, des différentes couches du sol

**PRECISIONS SUR LE
COMPORTEMENT
ATTENDU**

A- Connaissances des roches utilisées pour la fabrication des matériaux de construction.

B. Avoir des connaissances sur la résistance admise et à respecter (pour les poses des fondations) des sols constituant la base de la structure.

C. Connaître les notions de butée et poussée

D. Notions hydraulique des sols, pression interstitielle.

**CRITERES PARTICULIERS DE
PERFORMANCE**

- Pertinence des choix de l'essai ou des matériaux,
- Utilisation rationnelle des principaux matériels de contrôle,
- Rigueur dans la conduite de l'essai, des choix et de son compte rendu,
- Exactitude et précision des mesures, des résultats,
- Interprétation et exploitation judicieuse des résultats,
- Levée des non-conformités.
- Avoir des notions sur le calcul des écoulements des eaux.
- Connaître les conséquences du drainage

CARACTERISTIQUES PHYSIQUES STRUCTURE ET CLASSIFICATION DES SOLS

I. GENERALITES ET DIFINITIONS :

Le terme de sol correspond à une notion première, intuitive. Mais si l'on se penche de plus près sur le problème de la définition du matériau sol on constate qu'il en existe plusieurs suivant que l'on s'intéresse à un problème géologique de pédologie (étude des sols en agronomie) ou de géologie.

Du point de vue du géologue, on peut définir un sol comme faisant partie des roches meubles ou plastiques, ou encore comme étant une formation géologique superficielle résultant de l'alternance des roches de l'écorce terrestre. Les sols entrent en général dans la catégorie des roches sédimentaires à l'exception des cendres ou projections volcaniques.

La difficulté essentielle d'une telle définition réside dans le fait qu'elle n'établit aucune distinction très nette entre un sol et une roche, et qu'il existe certains matériaux tels que les marnes compactes, que l'on peut classer soit parmi les roches, soit parmi les sols.

De manière simple, on peut dire qu'un sol séché et plongé dans l'eau, se désagrège relativement vite, alors qu'une roche reste intacte.

Dans de nombreux projets, les sols sont encore trop souvent désignés par des expressions imprécises du type : argile sableux, ou sable argileux, sans autre commentaire, alors que de tels matériaux peuvent présenter des propriétés mécaniques extrêmement différents, la nécessité s'est donc fait sentir d'étudier les caractéristiques physiques des sols, de manière à aboutir à une classification géologique rationnelle, éliminant ces imprécisions de langage.

II. PROCESSUS GEOLOGIQUE DE FORMATION DES SOLS :

On vient de voir que les sols sont le résultat de l'altération des roches constitutives de la croûte terrestre (roches mères). L'étude de ces phénomènes relève de la géodynamique externe. Nous bornons ici à rappeler l'essentiel.

L'altération de la roche mère peut être le résultat :

- D'une dégradation mécanique due à divers facteurs : variations thermiques (gel – dégel - échauffement)
- D'un processus chimique :
 - ✓ Oxydation (air ou d'eau de pluie) donnant en général une teinte rouille (sels ferriques)
 - ✓ Réduction (eaux stagnantes) donnant une teinte bleutée ou verdâtre (sels ferreux)
 - ✓ Hydratation
 - ✓ Dissolution

- ✓ Hydrolyse
- D'un processus biologique, produisant à la fois une action mécanique et une action Chimique (racines, décomposition de végétaux, bactéries).

L'étude de la genèse des sols permet d'autre part de distinguer trois catégories :

Les sols autochtones :

Qui résultent directement de l'altération du substratum rocheux qu'ils recouvrent.

Exemple typique : arène granitique ou gore (sable argileux grossier)

Les sols résiduels :

Très répands, résultant de dégradation de la roche sous jacente et de roches ayant plus ou moins disparu par suite d'une décomposition intérieure. Ces sols présentent donc une parenté totale avec le substratum actuel. Ce sont essentiellement des sols à dominante argileuse. Exemple : argile à silex du bassin parisien.

Les sols transportés :

Très répandus. Le transport peut résulter de différents processus :

- Transport, limite dans l'espace, de formations résiduelles par glissement ou écoulement visqueux : colluvions de pente.
- Transport du glaciers actuels ou disparus : moraines (argiles à blocs).
- Transport par le vent : loess, limon et sables éoliens.
- Transport par les cours d'eau : dépôts alluviaux fluviaux (très hétérogènes) lacustres ou marins (homogènes).

La connaissance du processus géologique de formation des sols n'est pas sans intérêt pour le géotechnicien. C'est ainsi que les argiles glaciaires, qui on subit lors des glaciations quaternaires les contraintes importantes dues au poids des glaciers aujourd'hui disparus, auront un comportement mécanique très différent de celui des argiles molles de mexico, dont la structure très lâche résulte du dépôt dans un lac profond (actuellement comblé) de particules de cendres volcaniques fines amenées, soit par le vent, soit par les cours d'eau affluents

III. LES DIFFERENTES PHASES CONSTITUTIVES D'UN SOL :

Un sol est un élément de trois phases : la phase solide composée de grains dont l'ensemble constitue le squelette du sol, la phase liquide représentée par l'eau remplissant partiellement les vides existant entre les particules, et la phase gazeuse constituée en général par un mélange d'air et de la vapeur d'eau qui occupe les vides restants.

A. Phase gazeuse généralement

Lorsque le sol est sec, le gaz contenu dans les vides est généralement de l'air, mais le plus souvent il s'agit d'un mélange d'air et de vapeur d'eau, car les sols en place sont le plus souvent humides. Lorsque tous les vides sont remplis d'eau, la phase gazeuse est inexistante, le sol est donc saturé.

En pratique, dans nos régions tempérées, des nappes d'eau souterraines appelées nappes phréatiques baignent les sols en place Leur niveau supérieur se situe en général à quelques mètres de la surface. La plupart des sols à quelques mètres sont saturés

L'étude du comportement des sols non saturés est très complexe et en est encore à ses débuts. L'élément gazeux joue cependant un rôle très important en pratique, en particulier dans le compactage des sols.

Dans la suite des cours, sauf indication contraire, nous bornons à considérer le cas des sols saturés.

B. Phase liquide :

On distingue différentes catégories d'eau dont l'importance est plus ou moins grande suivant la grosseur des grains du sol.

L'eau libre :

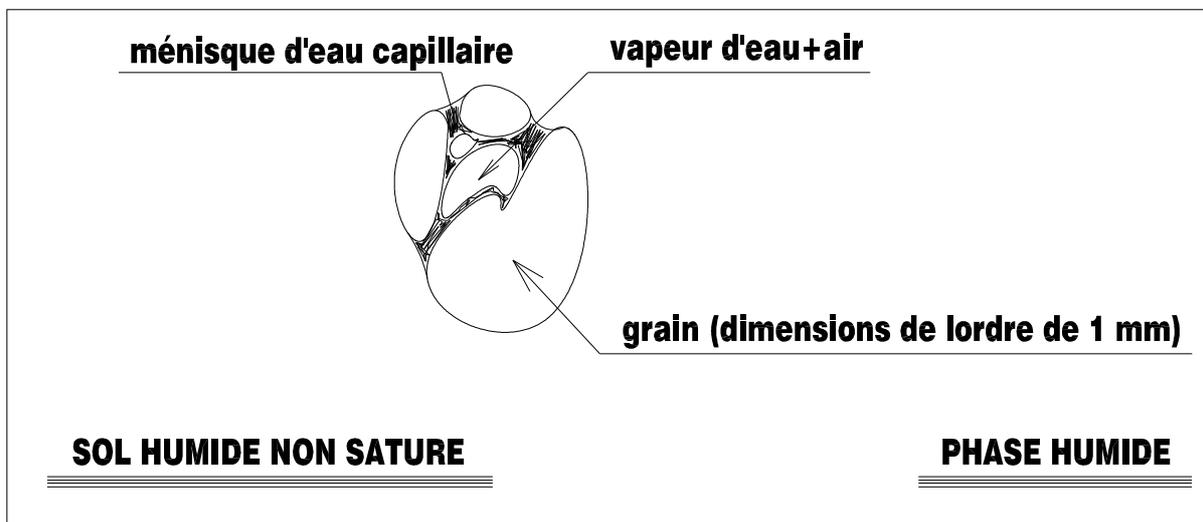
Elle peut circuler entre les grains. Elle s'évapore complètement lorsque le sol est porté à une température légèrement supérieure à 100 °C. C'est l'eau libre qui constitue les nappes phréatiques.

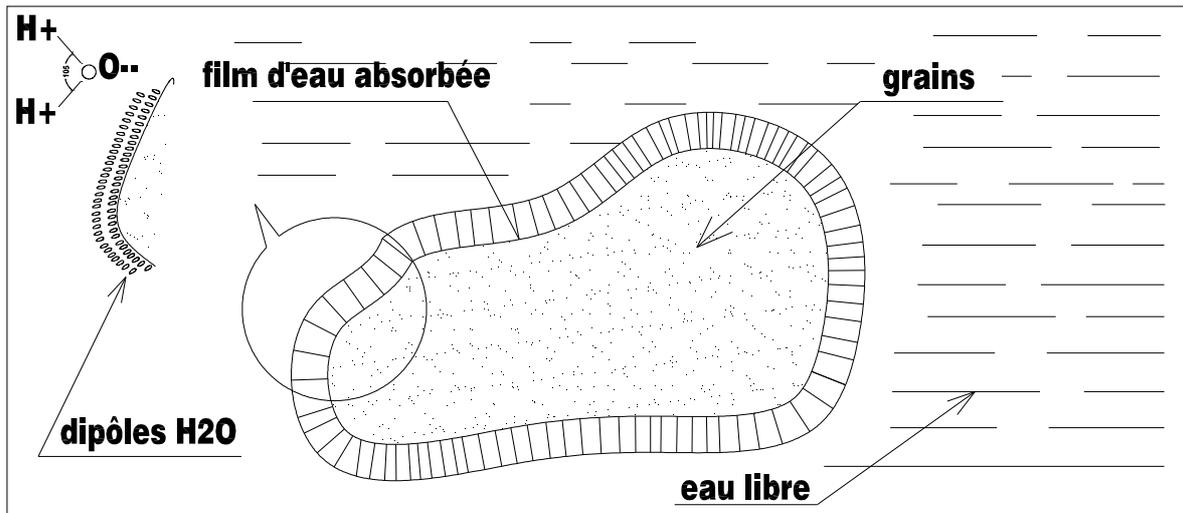
L'eau capillaire :

Ce type de l'eau est retenu sous forme de ménisque au voisinage des points de contact entre les grains par des forces capillaires, créant entre ces derniers des forces d'attraction. Dans le cas de sols non saturés, elle disparaît dans les mêmes conditions de température que l'eau libre.

L'eau absorbée :

On la rencontre dans les sols très fins (diamètre moyen < 2µm). Due au problème d'adsorption de l'eau par la phase solide, elle consiste en l'adsorption de l'eau formée de couches orientées de dipôles H₂O. Ses propriétés sont très différentes de celles de l'eau libre. Elle n'est pas mobile, présente une viscosité qui lui confère des propriétés intermédiaires entre celles d'un solide et celles d'un liquide. Elle ne peut être évacuée qu'à température élevée (vers 300 °C).





Cette coquille d'eau absorbée joue le rôle de lubrifiant entre les grains, et a une influence importante sur les propriétés mécaniques des sols fins.

C. Phase solide :

Lorsque le sol résulte de la désagrégation mécanique d'une roche, les grains du sol sont constitués de mêmes minéraux que la roche mère. En général des dimensions supérieures à 2μ , et une forme relativement arrondie, constituant un squelette dans lequel les vides occupent un volume plus faible que les grains.

Lorsque le sol résulte d'un processus chimique qui s'est superposé à une désagrégation mécanique, les particules du sol n'ont plus la même structure cristalline que la roche mère, et ont des dimensions inférieures à 2μ . Les sols ainsi formés sont appelés argiles.

Nous reviendrons plus loin sur le détail de leur structure à l'échelle moléculaire.

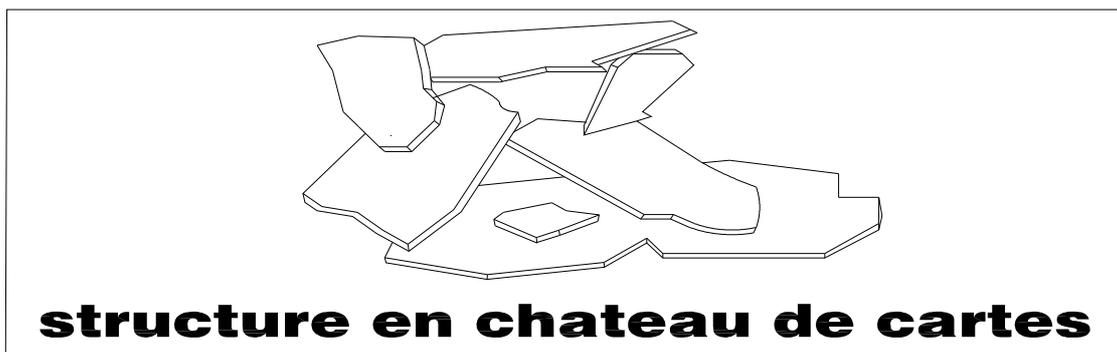
Les particules argileuses sont caractérisés par :

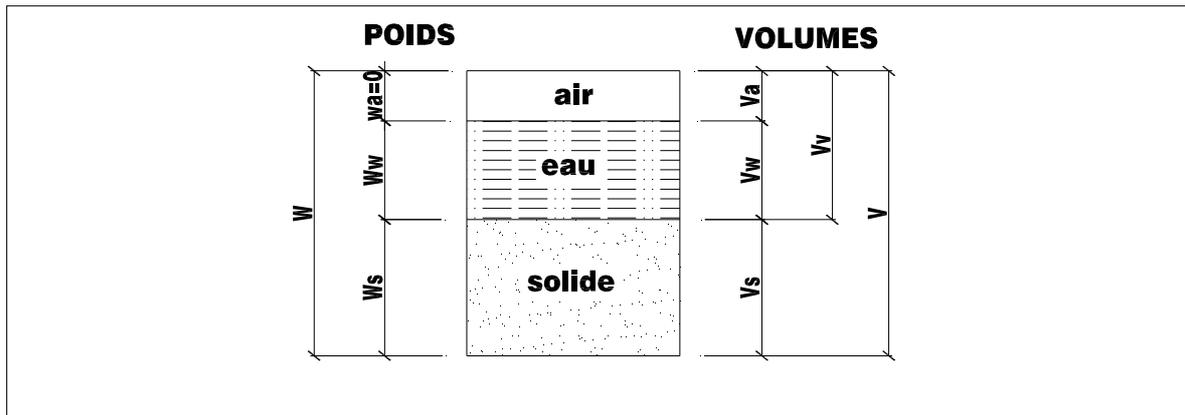
Une dimension très faible (diamètre moyen $< 1 \mu$).

Une forme aplatie (feuilles ou paillettes).

D'importantes forces d'attraction de nature physico-chimiques entre les particules.

Ces particules constituent un squelette dans lequel les vides peuvent parfois occuper un volume bien supérieur à celui des grains (structure alvéolaire ou château de cartes).



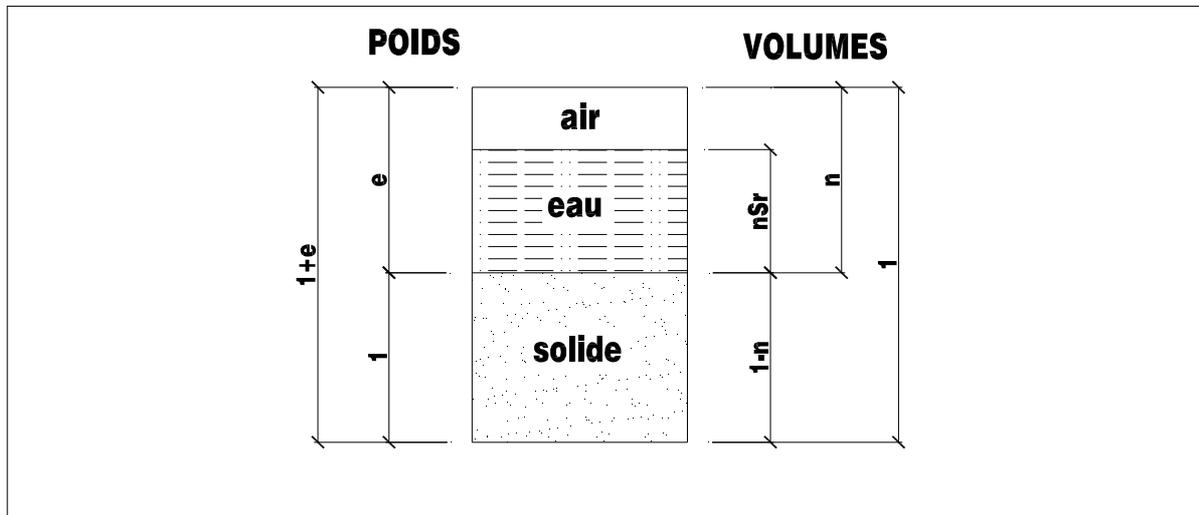


Le squelette d'un sol peut également être constitué de particules de matières organiques de formes et de dimensions très variables. La touffe est un exemple de sol organique végétale à structure fibreuse. Les vases sont des argiles organiques en formation contenant divers types de bactéries et des matières organiques en voie de décomposition.

IV. LES CARACTERISTIQUES PHYSIQUES ET LEUR MESURE :

A. Paramètres dimensionnels :

Dans la plupart des questions on utilisera les poids volumique. En se reportant à la représentation conventionnelle classique d'un volume V de sol dans lequel les trois phases seraient séparées, on définit successivement :



- γ_h poids volumique total humide $\gamma_h = w / v$.
- γ_{sat} poids volumique saturé (lorsque l'eau occupe la totalité des vides).
- γ_d poids volumique sec $\gamma_d = w_s / v$.

- γ_s poids volumique des grains solides $\gamma_s = w_s / v_s$.
- γ_w poids volumique de l'eau $\gamma_w = W_w / v_w$
- γ' poids volumique déjaugé (lorsque le sol est entièrement immergé)

Quand il ne peut y avoir confusion, on utilise quelquefois la notion γ au lieu de γ_h , γ_{at} ou γ_d .

L'utilisation des poids volumiques γ au lieu des masses volumiques ρ , permet d'éviter l'introduction de l'accélération de la pesanteur g ($\gamma = \rho g$).

B. Paramètres sans dimensions :

Ce sont des paramètres très importants et essentiellement variables pour un sol donné. Ils indiquent dans quelles proportions se trouvent les différentes phases du sol, et caractérisent l'état dans lequel se trouve le squelette du sol (état de compactibilité lâche ou serrée). On définira successivement en se reportant à la figure.

On rencontrera parfois la notion de densité d'un sol par rapport à l'eau. La notion à utiliser sera alors par exemple γ_d / γ_w pour la densité sèche. Bien qu'il s'agisse d'un paramètre sans dimension, nous ne l'incluons pas dans le paragraphe, et, en principe, nous n'utiliserons pas cette notion.

L'indice des vides e :

Rapport du volume des vides au volume des grains solides.

$$E = V_v / V_s$$

L'indice des vides d'un sol peut être supérieur à 1 (cas extrême des argiles de Mexico : $e > 13$).

La porosité n :

Rapport du volume des vides au volume total du sol.

$$N = V_v / V$$

La porosité d'un sol est toujours inférieure à 1.

La teneur en eau :

Rapport du poids des grains solides pour un volume donné de sol. Dans cette définition on convient de prendre en compte l'eau qui s'est évaporée après un séchage du sol dans une étuve à 105° C. jusqu'à poids constant de l'échantillon. On l'exprime en pourcentage.

$$W = W_w / W_s \times 100 \%$$

La teneur en eau d'un sol peut dépasser 100 %.

Le degré de saturation :

Rapport du volume de l'eau au volume des vides. L indique dans quelle proportion les vides sont remplis par l'eau. il s'exprime également en pourcentage.

$$S_r = V_w / V_v \times 100 \%$$

Relation entre les paramètres :

Les paramètres que l'on vient de définir ne sont pas indépendants. Il est courant que l'on ait besoin de calculer certains d'entre eux à partir de la mesure des autres. Les relations les plus importantes sont les suivantes :

$$N = e / (1+e).$$

$$W = e \cdot S_r \cdot \gamma_w / \gamma_s.$$

$$E = n / (1-n).$$

Pour les sols saturés $e = w \times \gamma_s / \gamma_w$.

$$\gamma_h = (1+w) \times \gamma_s / (1+r) = (1-n) \gamma_s + S_r \cdot n \cdot \gamma_w$$

$$\gamma_d = \gamma_s (1-n) = \gamma_s / (1+e).$$

Pour les sols saturés $\gamma_{sat} = \gamma_d + n \gamma_w$

$$\Gamma' = (\gamma_s - \gamma_w) (1-n) = (\gamma_s - \gamma_w) \times \gamma_d / \gamma_s.$$

Pour établir ces relations, il est pratique d'étudier la représentation schématique conventionnelle du sol rencontrée plus haut

Importance des paramètres sans dimensions :

Nous verrons, au paragraphe suivant, l'on peut séparer les sols en deux grandes familles :

Les sols grenus ou pulvérulents dont le type est le sable, et dont les grains sont libres de se mouvoir les uns par rapport aux autres (le sable coule entre les doigts).

Les sols fins ou cohérents dont le type est argile, qui présentent de la cohésion.

Les sols grenus ont un comportement mécanique qui dépend presque uniquement de leur état de compacité (lâche ou serré), alors que les sols fins ont un comportement qui dépend en premier lieu de leur teneur en eau.

On voit donc que parmi tous les paramètres définis précédemment, ce sont les paramètres sans dimensions qui sont les plus importants.

Comme le poids volumique des grains solides (hormis le cas des particules organiques) varie dans des limites assez faibles :

$$26 \text{ KN} / \text{m}^3$$

On peut le considérer pratiquement comme constant (on prend en général $\gamma_s = 2.65 \text{ KN} / \text{m}^3$), et connaissant le poids volumique de l'eau considéré aussi comme constant ($\gamma_w = 10 \text{ KN} / \text{m}^3$), il en résulte que les paramètres variables et indépendants d'un sol se réduisent à deux :

L'indice des vides : e

La teneur en eau : w

N.B pour donner une meilleure idée de l'état de compacité d'un sol grenu, on définit également un nouveau paramètre sans dimensions, l'indice de densité ou densité relative :

$$I_d = (e_{\max} - e) / (e_{\max} - e_{\min}).$$

e_{\max} et e_{\min} sont les deux états de compacité extrêmes que l'on peut obtenir expérimentalement pour un sol donné. Ils sont déterminés par des essais de laboratoire strictement normalisés.

L'eau capillaire confère aux sols pulvérulents humides une légère cohésion. C'est elle qui rend possible la construction des châteaux de sable par les enfants.

Pour un sol lâche : I_d est voisin de 0

Pour un sol serré : I_d est voisin de 1

On notera par ailleurs que dans le cas des sables, on a toujours :

$$0.40 \leq e \leq 1$$

Le tableau suivant donne les caractéristiques de différents sols en place.

sol	Période ou étage géologique	γ_s (KN/m ³)	e	n	Teneur en eau naturelle	γ_h (KN/m ³)	Teneur en matière organique	Teneur en CaCO ₃
Sable de fontainebleau	Stampien	27.0	0.75	0.43	6%	16.3	===	===
limon d'Orly	quaternaire	26.2	0.6	0.38	23%	19.3	===	===
Limon de la perche	Crétacé supérieur	26.7	1.4	0.58	50%	===	===	===
Argile verte de Romainville	Sa sannoisien (oligocène)	26.7	0.80	0.44	30%	19.7	===	0.2
Argile des Flandres	Ypresien (éocène)	27.4	1.01	0.50	35%	18.5	===	0.2
Argile de Dozulé	Callovo-oxfordien	26.6	0.50	0.33	19%	21.2	===	===
Vase de pallavas	quaternaire	26.3	1.73	0.63	66%	16.2	5%	===
Tourbe de Bourgoin	quaternaire	===	9	0.90	580%	===	55%	===

Argile de mexico	Origine volcanique	===	3.38 à 13.50	0.77 à 0.93	===	===	===	===
---------------------	-----------------------	-----	--------------------	-------------------	-----	-----	-----	-----

Mesures de laboratoire :

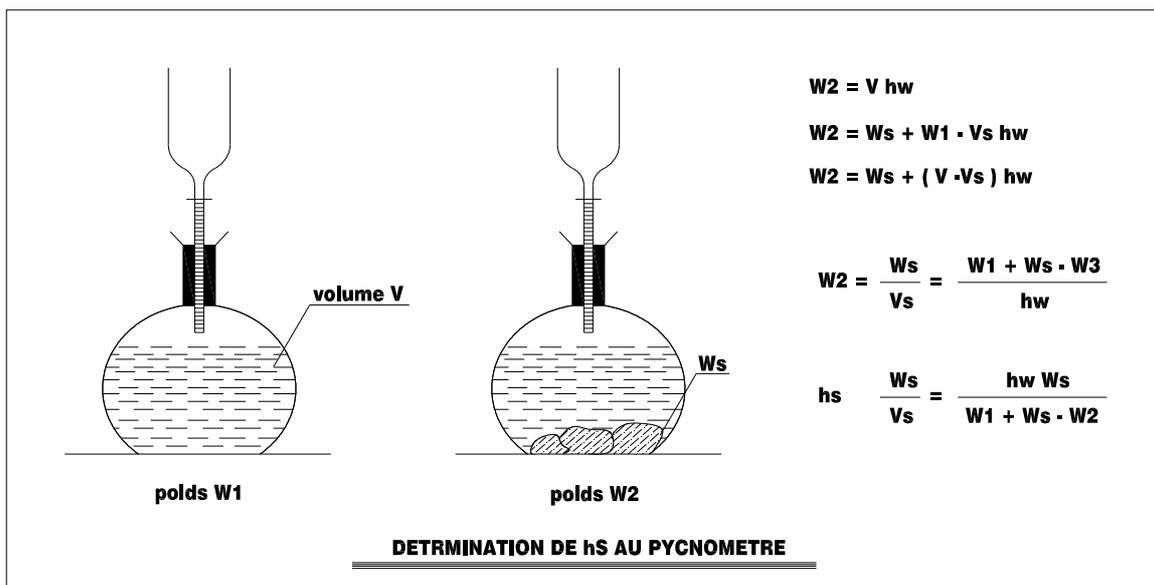
D'après ce que l'on vient de voir, il suffit de déterminer les valeurs des trois paramètres indépendants γ_s , e et w , ou l'on tire ensuite les autres caractéristiques à l'aide des relations précédentes.

Compte tenu de la disposition inévitable, due notamment à l'hétérogénéité du matériau, on prendra la moyenne de plusieurs essais. Les mesures se font en général au laboratoire.

Détermination du poids volumique des grains solides γ_s :

Cette mesure se fait à l'aide d'un pycnomètre. Un poids connu de sol W_s , sèche par passage à l'étuve à $105^\circ C$ jusqu'à poids constant ($w = 0$) est introduit dans un flacon (pycnomètre) contenant de l'eau distillée. On en déduit par pesée le volume d'eau déplacée par le sol V_s . L'on tire :

$$\Gamma_s = W_s / V_s.$$



On a vu que l'on obtient en général $26 \text{ KN} / \text{m}^3 < \gamma_s < 28 \text{ KN} / \text{m}^3$.

Toutefois, si le sol a une teneur élevée en matières organique on peut obtenir des valeurs plus faibles pour γ_s exemple vase de Martrou $\gamma_s = 18 \text{ KN} / \text{m}^3$.

Détermination de la teneur en eau :

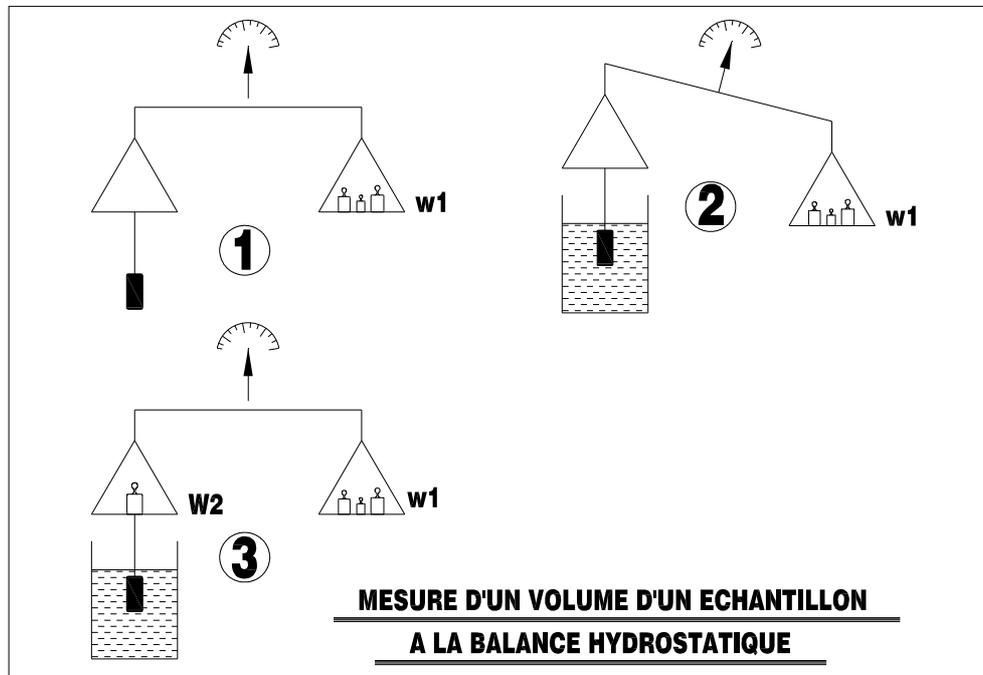
Elle se fait par deux pesées. L'une à la teneur en eau naturelle qui donne le poids W de l'échantillon humide, l'autre à état sec après passage à l'étuve à $105^\circ C$. jusqu'à poids constant qui donne le poids sec W_d de l'échantillon.

On en tire $W = (w - w_d) / w_d$.

Détermination de l'indice des vides e :

C'est une mesure délicate. Elle nécessite la détermination du poids W_s du sol séché à l'étuve, et du volume total V de l'échantillon. Ce dernier se détermine généralement en mesurant la longueur d'une carotte de diamètre connu (diamètre du carottier). On peut aussi opérer par déplacement de liquide à la balance hydrostatique après avoir paraffiné l'échantillon.

On en tire : $e = [V / (W_d / \gamma_s)] - 1$.



V. STRUCTURES DES SOLS :

A. Granulométrie d'un sol

Le squelette solide d'un sol est formé de particules de dimensions très variables pouvant aller de la dizaine de cm au micro. Le but de l'analyse granulométrique est de déterminer la distribution de ces particules en mesurant par pesée l'importance relative de classes grains de dimensions bien définies. Ces différentes classes portent les dénominations suivantes :

\emptyset moy des grains	200 mm	20 mm	2 mm	0.02 mm	0.02 mm	20 μ	2 μ
désignation :	cailloux	graves ou graviers	gros sable	sable fin	limon	argile	

DENOMINATION DES CLASSES DES GRAINS

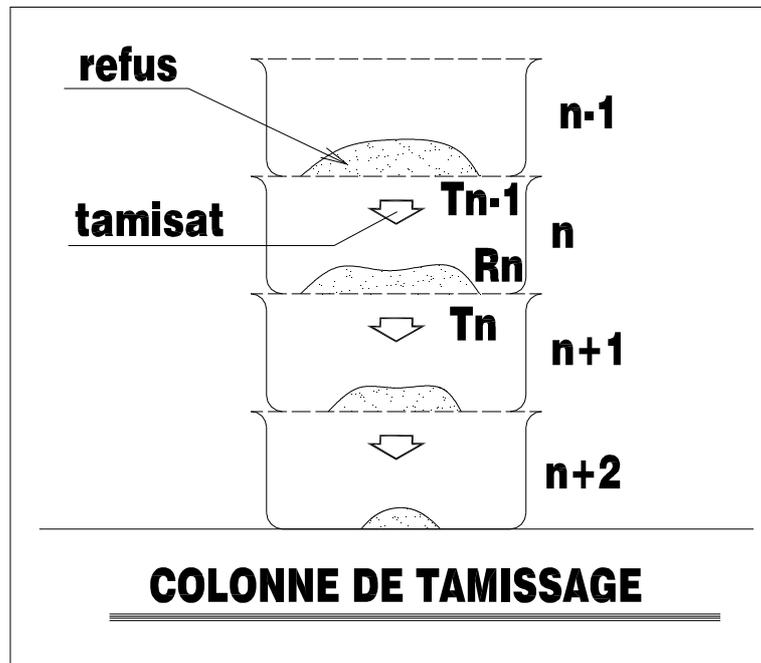
On procède expérimentalement par tamisage pour les éléments de diamètre moyen $> 100\mu$ et par sédimentométrie pour les éléments fins est importante. Le tamisage se fait sous un courant d'eau (voie humide). Sinon, il peut s'effectuer par voie sèche.

Tamissage

L'essai de tamissage se fait à l'aide d'une colonne de tamis soumise à des vibrations. L'essai est normalisé. La quantité de matériau retenue par un tamis s'appelle le refus, la quantité de matériau qui passe au travers d'un tamis s'appelle le tamisât.

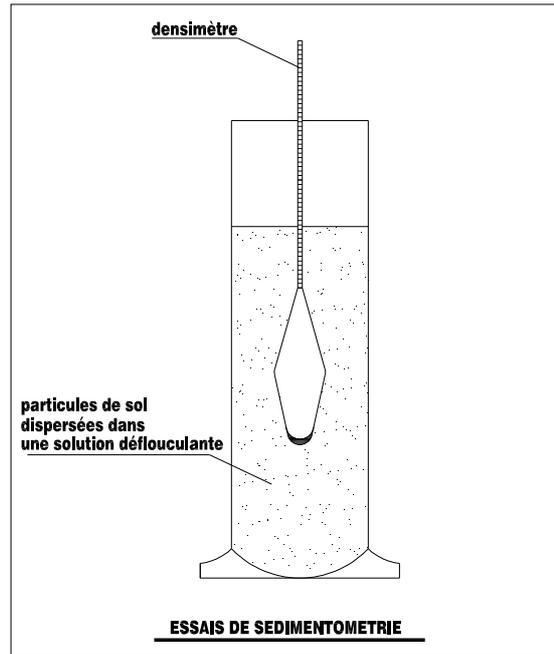
En désignant par R_j les refus, T_i les tamisâts, on a au nième tamis d'une colonne de tamissage :

$$T_{n-1} = R_n + T_n$$



Sédimentométrie

Pour les particules inférieures à 100μ les forces de surface interparticulaires sont trop importantes (apparition de la cohésion), et les grains tendent à s'agglomérer. On procède par sédimentométrie, méthode bas sur l'application de la loi de Stokes phénomène de décantation des grains de sol dans une solution défloculante.



La loi de Stokes donne la vitesse limite d'une particule sphérique descendant sous l'action de la pesanteur dans un milieu visqueux.

Cette vitesse est proportionnelle au carré du diamètre de la particule, les particules les plus grosses se déposent plus rapidement.

$$v = (\gamma_s - \gamma_o) \frac{d^2}{18 \eta}$$

η étant la viscosité dynamique de l'eau à la température de l'expérience ($\eta = 1$ centpoise à 20°).

γ_o le poids volumique du liquide (eau + défloculant)

On procède expérimentalement en mesurant la densité de la solution à différents niveaux en fonction du temps à l'aide d'un densimètre. En introduisant la notion de diamètre équivalent d_y (les particules n'étant en réalité pas sphériques, mais plutôt aplaties) on peut calculer à partir des mesures de densité, le pourcentage y en poids de sol sec, des particules de dimensions inférieures ou égales à d_y .

B. Limites d'ATTERBERG :

Afin de préciser les trois états de consistance des sols fins : états liquide, plastique, et solide, le suédois ATTERBERG a proposé au début du siècle de définir trois limites exprimées par des teneurs en eau (en %). Les limites de liquidité WL de plasticité Wo et de retrait Ws .

Indiquons successivement les tests auxquels on se réfère pour définir ces limites, tels qu'ils ont été précisés par CASAGRANDE.

Nous renvoyons pour plus de détails aux manipulations de géotechnique routière, et au cours de routes.

Limite de liquidité WL :

Elle sépare l'état liquide de l'état plastique. Elle se détermine comme suite : on étale sur une coupelle une couche d'argile que l'on divise en deux à l'aide d'un instrument. On imprime à la coupelle des secousses égales en intensité, suivant un rythme normalisé. A la limite de

liquidité, la rainure en V doit être refermée sur une longueur de centimètre après vingt cinq secousses.

Limite de plasticité WP :

Elle sépare l'état plastique de l'état solide. Elle correspond à la teneur en eau minimum pour laquelle on peut rouler le sol en rouleaux de trois millimètre de diamètre et de deux centimètre de longueur sans qu'ils se rompent.

Limite de retrait WS :

Elle sépare l'état solide sans retrait dans lequel l'eau absorbée est encore en place, de l'état solide avec retrait ou l'eau absorbée a disparu. C'est la teneur en eau juste suffisante pour remplir les pores du sol lorsque celui-ci atteint par séchage son minimum de volume. Elle se détermine peu fréquemment.

Indice de plasticité IP :

C'est la différence entre la limite de liquidité et la limite de plasticité d'un sol

$$IP = WL - WP$$

La notion de plasticité est très importante en géotechnique, en particulier en en géotechnique routière.

CASAGRANDE a montré sur les sols américains qu'il existait une relation de forme :

$$IP = aWL - b.$$

Pour les sols français $a = 0.70$ et $b = 9$

Précision et porté des essais d'ATTERBERG

On peut considérer que l'erreur sur la limite de liquidité est de l'ordre de 0.5 % pour un laboratoire exercé. Celle sur la limite plasticité être estimée à 2 %.

Malgré leur définition très arbitraire, et le caractère un peu simpliste du processus expérimental, les résultats présentent grande fidélité, et les essais d'ATTERBERG constituent des essais d'identification et de classification fort utiles pour l'ingénieur.

SKEMPTON a montré que l'indice de plasticité est en relation a peu près linière avec le pourcentage en poids des grains inférieurs à 2μ (teneur en argile).

Or, ce sont ces éléments fins qui sont dangereux pour la construction en raison de la présence d'eau absorbée. Le rapport de ces deux pourcentages est appelé activité colloïdale de l'argile. une argile inactive a une activité < 0.75 .

Une argile normale a une activité comprise entre 0.75 et 1.25.

Une argile active a une activité > 1.25 .

On se méfiera tout particulièrement des argiles qui ont un double caractère de plasticité et d'activité.

On notera enfin que dans les sols en place la teneur en eau naturelle W généralement comprise entre WL et WP très près de WP.

Le tableau suivant donne les caractéristiques de quelques sols fins et typiques.

sol	WL	WP	IP	Teneur en eau naturelle	Activité
Limon	32	18	14	23	****

d'Orly					
Limon plastique du perche	75	48	27	50	****
Argile verte de Romainville	65	30	35	30	0.49
Argile des landes	82	34	48	35	0.80
Argile de Dozulé	48	21	27	19	0.47
Argile bleue de boston	42	22	20	40	****
Argile de Londres	76	29	47	29	****
Tour bure de Bourgoin	66	37	29	55	****
Vase de pallavas	70	30	40	66	****

VI. CLASSIFICATION DES SOLS

A. Intérêt d'une classification

Un système de classification utilisant les résultats d'essais facilement exécutables et peu onéreux est d'un grand intérêt pour l'ingénieur dans tous les problèmes courants de mécanique des sols.

Bien qu'il existe de nombreux systèmes de classification présentant chacun leurs avantages et leurs inconvénients. Et pouvant regrouper différemment certains types de sols, l'intérêt d'une classification est en supprimant les désignations imprécises et ambiguës de donner une première idée du comportement mécanique du sol étudié elle permet ainsi d'éveiller l'attention de l'ingénieur au stade des études préliminaires ou les avant-projets et d'utiliser ensuite judicieusement les crédits affectés à la reconnaissance de cause le type le nombre et l'emplacement des essais plus complexes de laboratoire ou in situ qui seront ensuite exécutés.

Enfin dans le cas des ouvrages ou l'expérience pratique s'impose encore sur le calcul (choix des structures en géotechnique routière par exemple)

L'utilisation d'une classification est indispensable.

On définit également l'indice de liquidité :

$$IL = (W - WP) / (WL - WP) = (W - WP) / IP.$$

Pour une argile donnée, plus cet indice est grand, plus l'argile voisine de l'état liquide, donc plus elle est dangereuse. On notera que si $W > WL$, ce qui arrive parfois, IL est supérieur à 1.

B. La classification LPC : laboratoire des ponts et chaussées :

Nous nous bornerons à étudier la classification LPC couramment utilisée en France. Cette classification utilise les résultats fournis par la granulométrie et les limites d'ATTERBERG, ainsi quelques essais complémentaires qui seront vu au chapitre suivant

Sols à granulométrie uniforme

Lorsque les dimensions des grains sont peu différentes, on adopte la classification déjà donnée

Sols pulvérulents $d_{\text{moy}} > 20 \mu$ (cailloux; Graves gros; sable; sable fin)

Sols cohérents $d_{\text{moy}} < 20 \mu$ (limon, argile)

En fait les limons ne se différencient des argiles que par les valeurs des limites d'ATTERBERG comme indiqué ci-après.

Sols a granulométrie non uniforme

Sols grenus dont 50 % des éléments en poids ont un diamètre $> 80 \mu$.

Sols fins dont 50 % des éléments en poids en un diamètre $> 80 \mu$.

Sols organiques dont la teneur en matière organique est élevée.

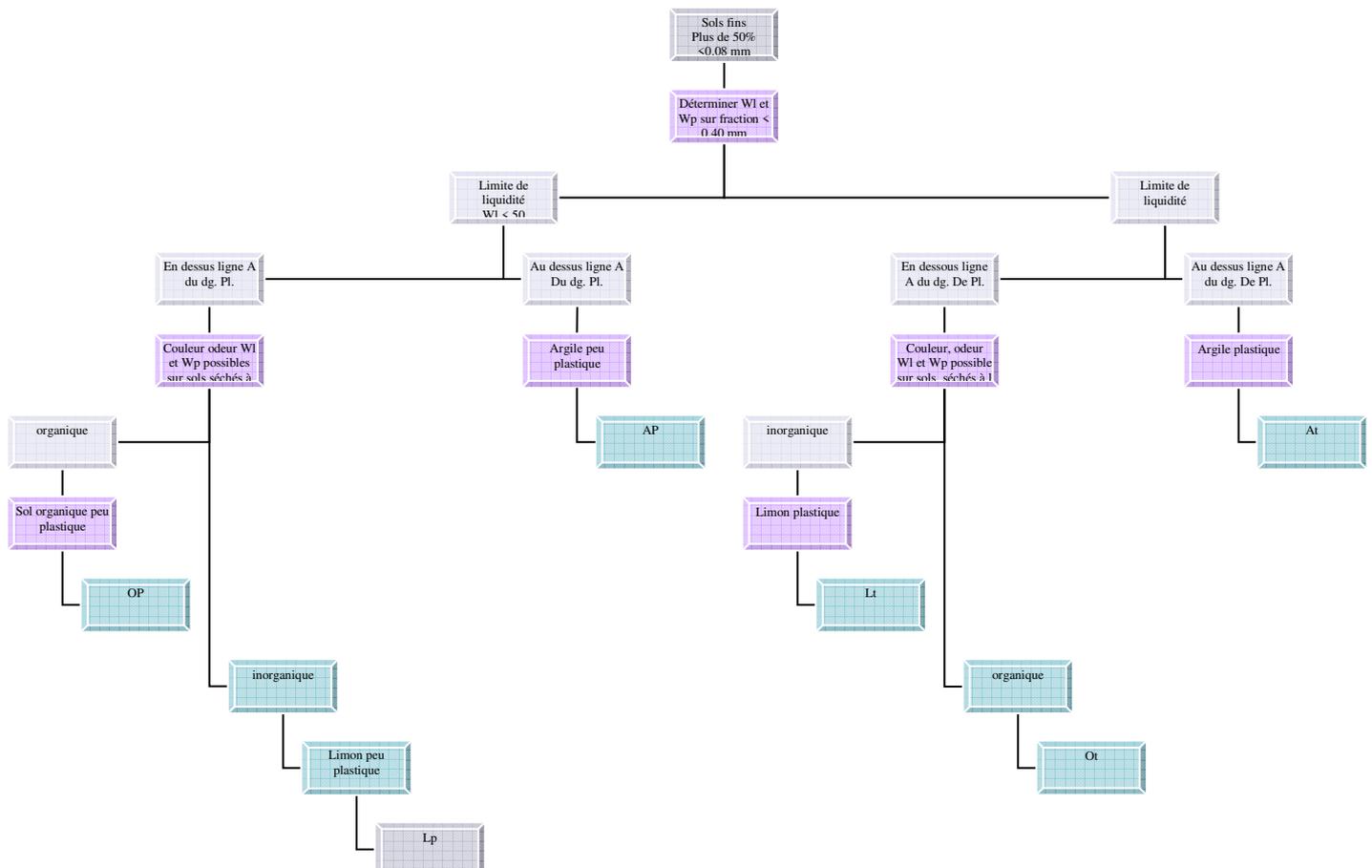
Elle utilise les résultats des essais d'ATTERBERG par intermédiaire de l'abaque de plasticité de CASAGRANDE

La classification LPC est résumé dans les tableaux suivants :

CALSSIFICATION DES SOLS GRENUS				
définitions		sym	conditions	Appellations
graves	+ 50 % : D > 2mm - 5 % < 0.08 mm	Gb	$Cu = D_{60} / D_{10} > 4$ Et $Cc = (D_{30})^2 / (D_{10} \times D_{60})$ compris entre 1 et 3	Grave propre Bien graduée
		GW		
		Gm Gp	Une des conditions de Gb Non satisfaisaire	Grave propre Mal graduée
	+ 12 % : < 0.08 mm	GL GM	Limite d'ATTERBERG au-dessous de A	Grave limoneuse
		GA GC	Limite d'ATTERBERG au-dessus de A	

CALSSIFICATION DES SOLS GRENUS				
définitions		sym	conditions	Appellations
sables	+ 50 % : D < 2mm - 5 % < 0.08 mm	Sb	$Cu = D_{60} / D_{10} > 6$	Sable propre
		SW	Et $Cc = (D_{30})^2 / (D_{10} \times D_{60})$ compris entre 1 et 3	Bien gradué
	+ 12 % : < 0.08 mm	Sm	Une des conditions de Sb	sable propre
		Sp	Non satisfaisante	Mal gradué
	+ 50 % : D < 2mm + 12 % : < 0.08 mm	SL SM	Limite d'ATTERBERG au-dessous de A	Sable limoneux
		SA SC	Limite d'ATTERBERG au-dessus de A	Sable argileux

Lorsque 5 % < % inférieur à 0.08 mm < 12 on utilise un double symbole



VII. PROCEDURE D'IDENTIFICATION ET ESSAIS COMPLEMENTAIRES

A. Procédure courante d'identification :

Nous ne parlons pas des problèmes d'échantillons qui sortent du cadre de ce cours, mais qu'il ne faut pas cependant négliger. Nous renvoyons pour cela aux modes opératoires du LPC.

L'identification commencera toujours par une observation préalable de l'échantillon : (couleur, odeur, homogénéité, présence de coquilles, de débris végétaux, etc...).

On passera ensuite à la mesure des paramètres physiques : γ_s (au pycnomètre), teneur en eau W , indice des vides e (par mesure directe ou à l'aide d'une balance hydrostatique). On pourra en déduire les autres caractéristiques physiques.

On procédera ensuite à la détermination de la granulométrie :

Par tamisage à sec s'il y a pas d'éléments fins) :

Par voie humide (tamisage sous l'eau) dans le cas contraire.

On comptera l'essai par la sédimentométrie sur la fraction $< 100 \mu$.

En précisant bien le mode de dispersion et la nature du flocculant.

On en tirera :

Le coefficient d'uniformité de HAZEN : $C_u = d_{60} / d_{10}$

Eventuellement le coefficient de courbure : $C_c = (d_{30})^2 / (d_{10} \times d_{60})$.

Le diamètre efficace d_{10} .

Le pourcentage des éléments inférieurs à 2μ (teneur en argile) par rapport au poids total du mortier (éléments $< 0.40\text{mm}$).

On terminera en déterminant sur le mortier les limites de liquidité et de plasticité, d'où l'on déduira I_p , et on reportera le résultat sur l'abaque de plasticité de CASAGRANDE.

On pourra également en déduire l'activité du mortier.

Dans les cas courants, à l'aide des tableaux précédents, il n'y aura pas d'ambiguïté et l'identification sera terminée.

Dans certains cas cependant, on sera amené à exécuter des essais complémentaires que nous allons maintenant étudier.

B. Essai d'équivalent de sable :

Cet essai est plus particulièrement utilisé en géotechnique routière.

Il est surtout important dans le cas des sols grenus, car il permet d'évaluer la quantité d'éléments fins contenus dans ces sols et dont la présence en quantité notable peut modifier profondément le comportement mécanique.

L'essai est effectuée sur la traction du matériau dont les éléments sont inférieurs à 5mm .

L'échantillon est placé dans une éprouvette avec une solution normalisée contenant un agent dispersant. L'éprouvette est ensuite agitée mécaniquement suivant un processus normalisé.

On laisse ensuite reposer l'ensemble. Il se forme très rapidement au fond de l'éprouvette un dépôt solide grossier surmonté d'un dépôt de flocculat de sol fin. Au bout d'un temps fixe par la norme, les hauteurs h_1 et h_2 du dépôt solide et du flocculat sont mesurées.

L'équivalent de sable ES s'exprime par le pourcentage :

$$ES = (h_1 / h_2) \times 100.$$

Essai d'équivalent de sable :

On a donc théoriquement :

ES = 0 argile pure

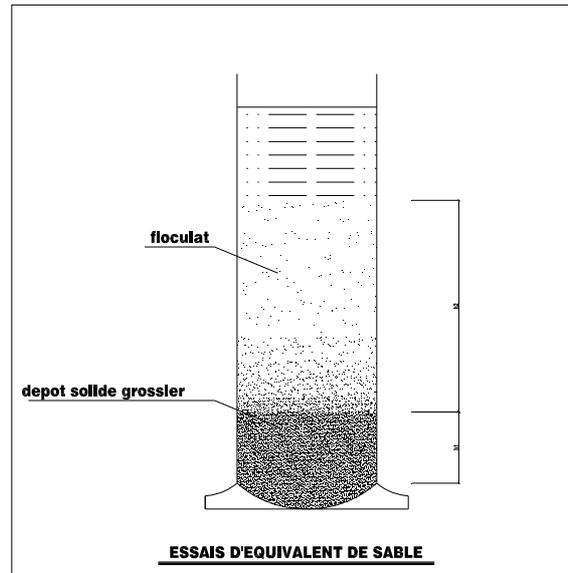
ES = 20 sol plastique

ES = 40 sol non plastique

ES = 100 sable pur et propre

En pratique, cet essai n'est réalisé que sur des sols grenus pour lesquels la détermination des limites d'ATTERBERG est difficile et imprécise. On a donc en général :

ES >30.



VIII. DETERMINATION PRATIQUES DES PUSSEES ET DES BUTEES

A. Remarques simplificatrices, rugosité, diagramme de pression des terres

remarques importantes diverses

a) Les efforts qui intéressent les projeteurs sont ceux qui sont perpendiculaires à l'écran. Lorsque l'écran est rugueux, il ne faut pas oublier de prendre les composantes normales des efforts de poussée ou de butée. L'expression de ces composantes normales figure dans le tableau annexe.

b) dans la plupart des cas, les praticiens adoptent un seul coefficient de poussée K_a et un seul coefficient de butée K_p ; il s'agit en général des coefficients correspondants au milieu pesant.

On a donc

$$K_a = K_a' = K_a''$$

$$K_p = K_p' = K_p''$$

Quelle erreur peut-on commettre en procédant ainsi ?

Le tableau ci-après représente les coefficients de poussée K_a et K_a'' s'exerçant sur un écran vertical, la surcharge étant normale.

Dans le cas 1 la surface libre est horizontale

Dans le cas 2 la surface libre est inclinée à 15° ($\beta = +15^\circ$).

φ	Cas 1				Cas 2			
	$\beta = 0^\circ$ soit $\Omega = \pi/2$				$\beta = 15^\circ$ soit $\Omega = 105^\circ$			
	$\delta = 0$		$\delta = +\varphi$		$\delta = 0$		$\delta = +\varphi$	
	k_a	K_a''	k_a	K_a''	k_a	K_a''	k_a	K_a''
15°	0.59	0.59	0.53	0.54	1.02	0.51	0.97	0.47

20°	0.49	0.49	0.44	0.45	0.65	0.41	0.61	0.37
30°	0.33	0.33	0.31	0.32	0.41	0.25	0.38	0.23
40°	0.22	0.22	0.22	0.22	0.25	0.14	0.29	0.34

Ce tableau montre que, dans le cas 1, les divergences sont négligeables. par contre, le cas 2, les différences vont simple au double.

La simplification $k_a = k_a'$ ou $k_p = k_p'$ doit donc être utilisée en connaissance de cause, et dans certains cas, en particulier lorsque les surcharges sont élevées, il est inacceptable.

Rugosité, inclinaison de la contrainte

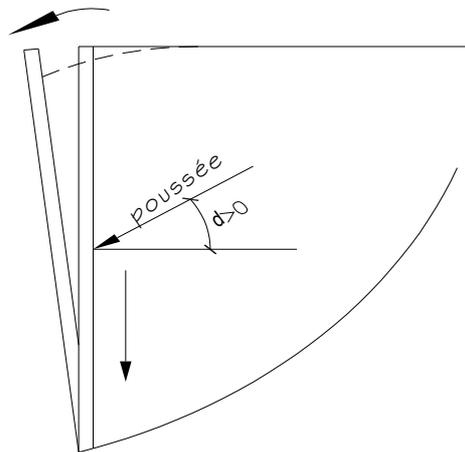
La prise en considération d'un écran lisse ($\delta=0$) conduit en général à des valeurs pessimistes de k_a et k_p ; on pourra donc retenir que, sauf exception, cette hypothèse est du côté de la sécurité.

En effet, en général la poussée des terres sur le mur conduit à un déplacement vertical vers le bas du sol par rapport au mur. Par contre, la mise en butée d'un massif conduit à un déplacement vertical ascendant du sol le long de l'écran

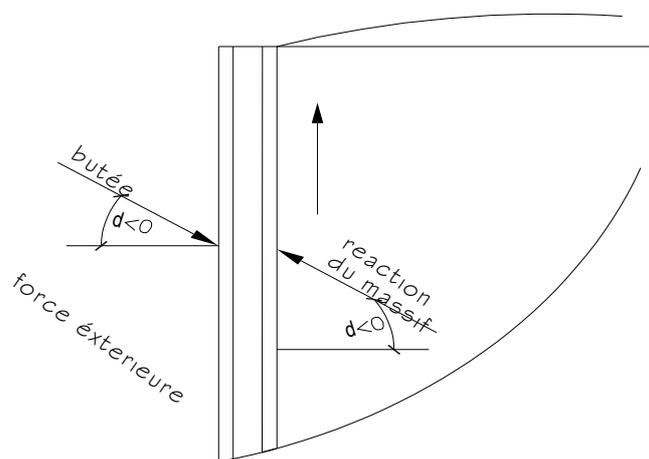
Donc

$\delta > 0$ Pour la poussée

$\delta < 0$ Pour la butée



mobilisation de la poussée



mobilisation de la butée

Les écrans réels ont toujours une certaine rugosité (rideaux de palplanches, maçonnerie, béton) et permettent le frottement du sol.

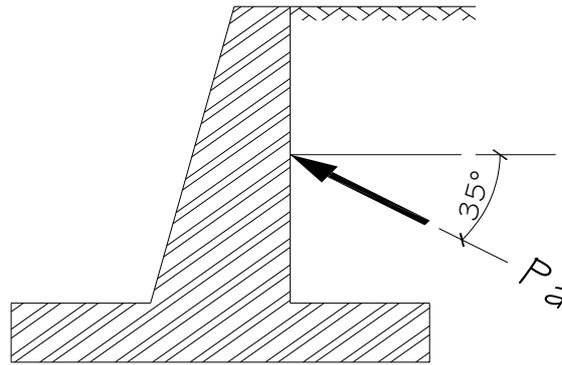
D'un côté les coefficients de poussée et de butée k_a et k_p diminuent lorsque δ croit en valeur algébrique.

Donc, si l'écran est rugueux, k_p croit et k_a diminue ; l'hypothèse $\delta=0$ va donc dans le sens de la sécurité.

Les variations du coefficient de butée sont très importantes et la prise en compte d'une rugosité trop forte risque de conduire à un sous dimensionnement des ouvrages.

Par exemple, pour un écran vertical, une surface libre horizontale et un angle φ de 35°, on a :

- Écran lisse
 $k_a = \tan^2(\pi/4 - \varphi/2) = 0.27$
 $k_p = \tan^2(\pi/4 + \varphi/2) = 3.69$
- Écran rugueux :
 $\delta = +\varphi \rightarrow k_a = 0.26$
Mais $\delta = -\varphi \rightarrow k_a = 10.5$



fondation compressible

Compte tenu de cette remarque et du rappel des déplacements nécessaires pour mobiliser la butée, on s'aperçoit que le choix de δ doit être fait avec beaucoup de prudence.

Examinons un cas particulier assez rare mais peut se produire.

Supposons que le mur de soutènement de la figure précédente soit fondé sur un sol compressible et tasse sensiblement.

On voit que le frottement est inversé et δ devient négatif pour $\delta = -\varphi$ et $\varphi = 35^\circ$ le tableau I donne $k_a = 0.94$.

Par rapport au cas précédant la poussée est alors multipliée par 3.6. Ceci confirme l'importance d'un choix correct des hypothèses.

Diagramme de pression des terres

Dans la pratique, le calcul des soutènements doit être conduit en prenant en compte des hypothèses souvent complexes :

- Massif pesant a surface libre pouvant être inclinée,
- Écran recoupant plusieurs couches de caractéristiques mécaniques différentes,
- Action de la pression de l'eau,
- Action des surcharges permanentes ou provisoires de dimensions indéfinies ou limitées.

Pour calculer les ouvrages sous ces nombreuses sollicitations combinées, on a l'habitude de représenter en chaque point de l'écran *la composante normale de la pression des terres*, le sol étant supposé en équilibre limite de poussée ou de butée.

Les paragraphes suivants ont pour but de permettre l'élaboration de ce diagramme dit *diagramme de pression des terres*.

La figure suivante représente un tel diagramme :

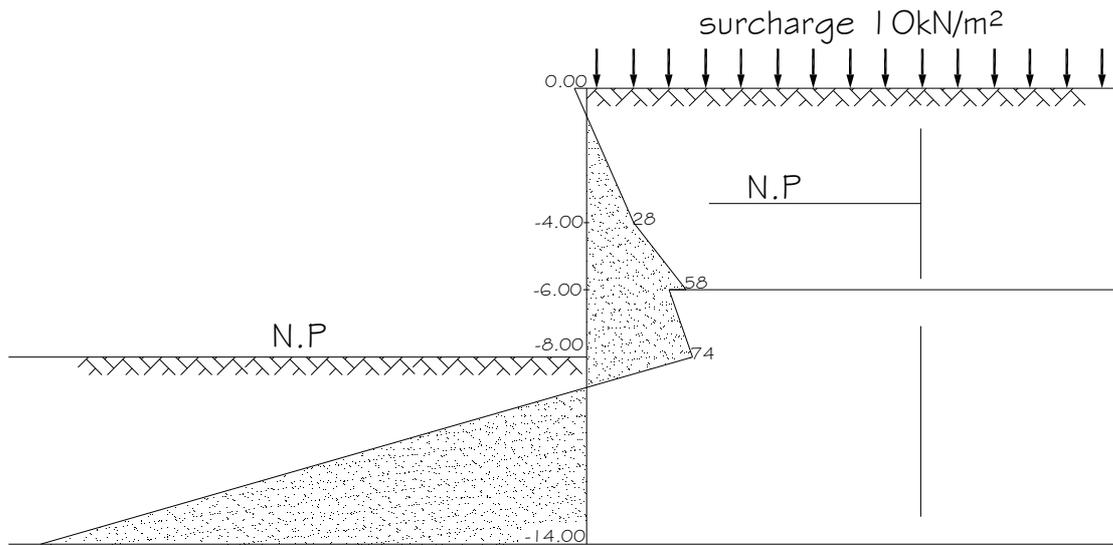


diagramme des pressions des terres
N.P. = niveau phréatique kN/m²

B. Calcul des contraintes de poussée et de butée dans divers cas pratiques

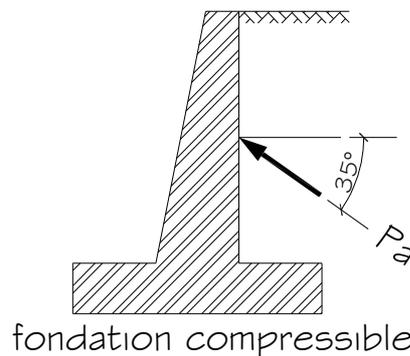
Les méthodes qui sont présentés ici sont loin d'être rigoureuses. Elles ont l'avantage de permettre l'application de la théorie de la poussée et de la butée aux problèmes courants. Dans certains cas différentes méthodes sont proposées ; compte tenu de la remarque qui vient d'être faite, il ne faut pas s'étonner si elles conduisent à des résultats parfois assez divergents.

Sols stratifiés

Méthode. – Les terres situées au-dessus de la couche considéré sont supposées agir comme une surcharge pour calculer la pression des terres dans cette couche.

Explication. – Pour déterminer la poussée des terres le long de AB, on peut superposer dans le cas général

- La poussée due au point de la couche i
- L'action des couches supérieures et de la surcharge
- L'action de la cohésion



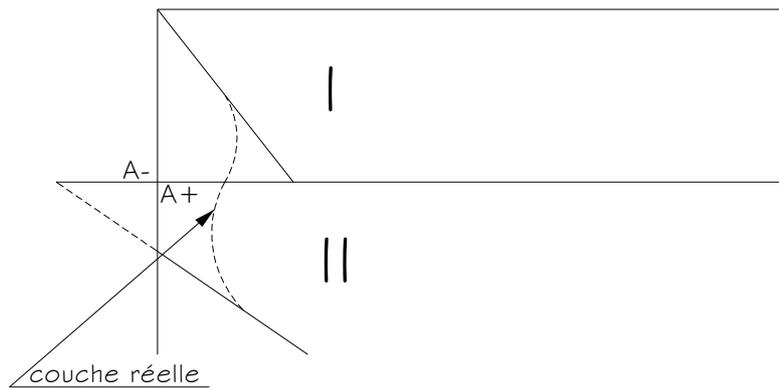
D'où le tableau suivant :

	Pression normale à l'écran en M	Résultante des pressions normales pour la couche
Poussée de la couche	$q_i = k_a \gamma L \cos \delta$ $q_i = k_a \gamma z (\cos \delta \cos \lambda)$	$Q_i = 1/2 k_a \gamma_i H_i^2 (\cos \delta / \cos^2 \lambda)$

Action des couches supérieures et de la surcharge soit $S=q_1+\sum \gamma H$	$q_1=k_a S \cos \delta$	$Q=k_a S H (\cos \delta / \cos \lambda)$ Appliquée au milieu de AB
Action de la cohésion	A déduire : $Q_c=C_i/\text{tg}\varphi_i(1-k_a\cos\delta)$	A déduire : $Q_c=c_i/\text{tg}\varphi(1-k_a\cos\delta)H_i/\cos\lambda$

Observations. – Cette méthode n'est valable que dans la mesure où l'on admet que $k_a=k_a'$

A la limite de deux couches, au point A par exemple, la contrainte peut être différente selon que l'on considère le point A situé à la base de la couche $i - 1$ de caractéristiques c_{i-1} et φ_{i-1} ou le point A situé en tête de la couche i de caractéristiques c_i et φ_i

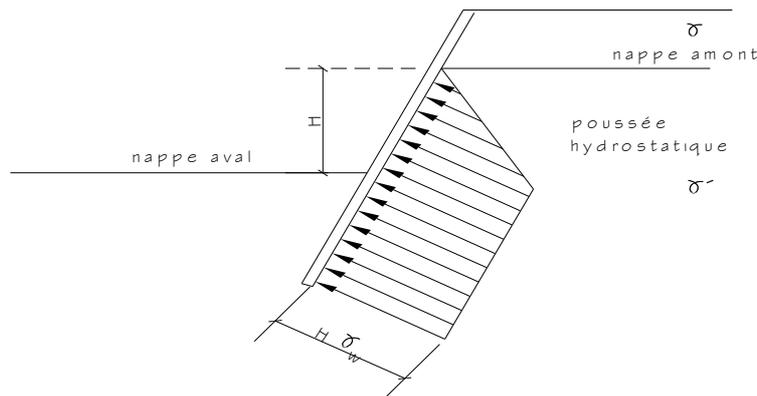


Discontinuité à la limite de deux couches

Il y a donc des *discontinuités* parfois très importantes à la limite de deux couches. dans la pratique de telles discontinuités ne s'auraient exister de façon brutale.

Il est indispensable de considérer séparément les points A+ et A- situés à la limite de deux couches pour établir le diagramme de pression des terres.

Présence d'une nappe



Deux actions doivent être superposées :

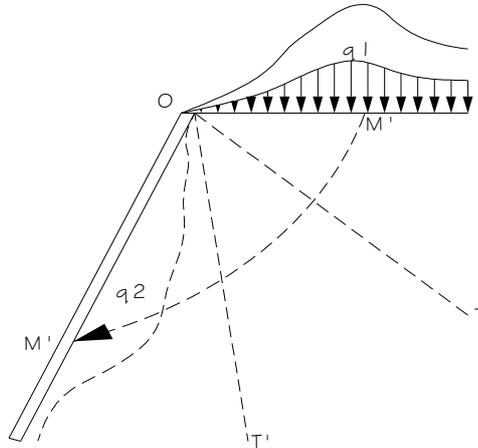
- L'action de la pousse des terres en prenant en compte le point spécifique immergé en dessous de la nappe.
- La pousse hydrostatique de l'eau qui, bien entendu, est normale à l'écran.

S'il existe également une nappe coté aval de l'écran, la poussée hydrostatique est constante et égale à la différence H de niveau entre le coté amont et aval en dessous du niveau supérieur de cette nappe.

Remarques – la poussée due à l'eau est considérable. dans les murs classiques on prévoit des systèmes de drainage et des barbacanes pour éviter cette poussée. pour les rideaux de palplanches ou les parois moulées, ceci n'est pas toujours possible.

Surface libre de forme quelconque

Méthode générale



action d'une surcharge quelconque

Les terres au dessus de l'horizontale de O sont remplacées par une surcharge de poids équivalent.

On considère ensuite qu'une contrainte quelconque q_1 en M exerce une poussée $q_2 = k_a q_1$ en M' étant sur la ligne de glissement passant par M. du fait de la conjugaison des contraintes et des lignes de glissement, on peut admettre que la ligne MM' est la ligne d'action de M

Cette méthode est fastidieuse d'emploi et de plus les surfaces libres peuvent en général être ramenées à des formes simples.

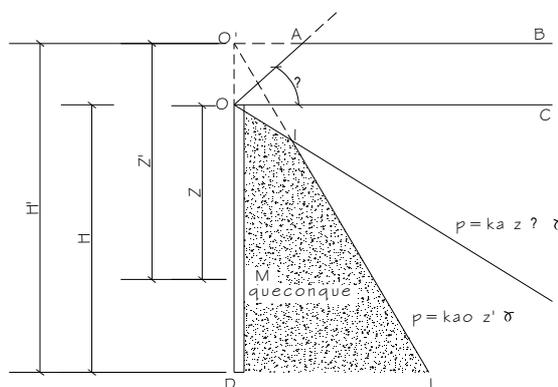
Talus limité en tête de l'écran

Des talus de hauteur limitée sont souvent prévus en tête des parois de façon à raccourcir la longueur de celles-ci et à réaliser une économie.

Supposons :

- a) État des contraintes sur un écran fictif de hauteur O'D pour un milieu γ, c, ϕ, H' non surchargé avec une surface libre d'inclinaison $\beta = \omega$ ou un coefficient de poussée k_{a0} et un diagramme de poussée o'j ;
- b) L'état des contraintes sur l'écran réel OD avec une surface libre infinie d'inclinaison $\beta = \omega$, d'où le coefficient de poussée $k_{a\omega}$.

Le diagramme des pousses sera donné par OIJ



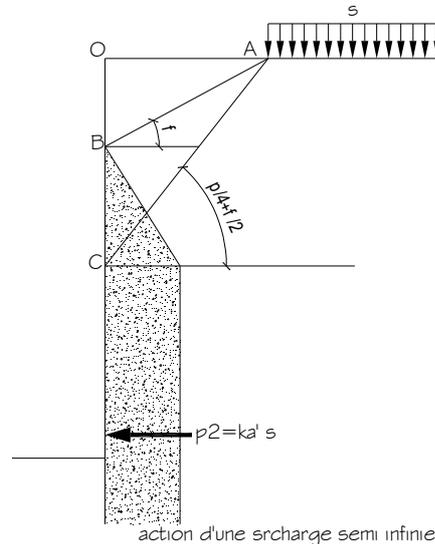
Surcharge semi infinie

Considérons une charge uniforme limitée à une distance OA de l'arête de l'écran.

Les hypothèses suivantes sont habituellement faites :

- Au dessus de la ligne d'action AB inclinée de φ la surcharge n'a aucune influence ;
- En dessous de la ligne d'action AC inclinée de $\pi/4 + \varphi/2$ la surcharge agit comme si elle était parfaitement uniforme soit $q_2 = k_a' s$.

Entre B et C on admet une progression linéaire d'où le digramme des contraintes correspondant.



Surcharges partielles de longueur infinie

REMARQUES PREALABLES – Nous nous limiterons pour cette méthode approchées au cas ou

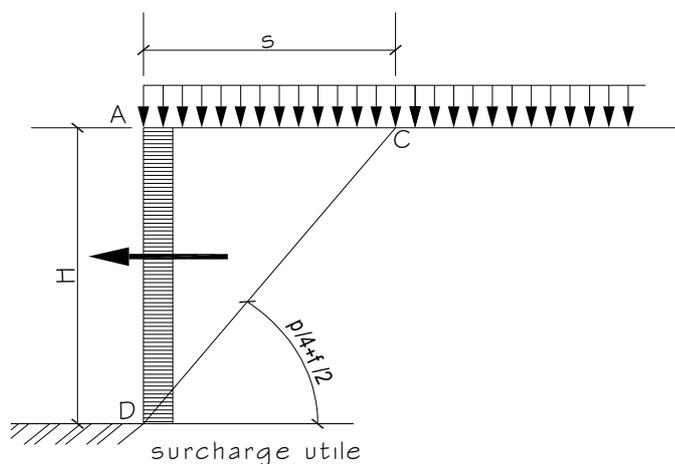
$$\Omega = 90^\circ$$

$$\alpha = \delta = 0$$

Dans ces conditions

$$k_a' = k_a = \tan^2(\pi/4 - \varphi/2)$$

Concédons un écran de hauteur H et une surcharge uniformément répartie ; le massif sollicitant l'écran est limité par la ligne de glissement CD.



La partie utile de la surcharge c'est-à-dire celle sollicitant l'écran est $S = s AC = H \tan(\pi/4 - \varphi/2)$

D'autre part, la poussée en un point quelconque de l'écran est :

$$p = k_a' s S = s AC \tan^2(\pi/4 - \varphi/2)$$

Et la résultante sur l'écran est

$$Q_s = p H = s AC \tan(\pi/4 - \varphi/2)$$

$$Q_s = S \operatorname{tg}(\pi/4 - \varphi/2)$$

Bande surchargée de longueur infinie

L'application des mêmes principes que ceux décrits dans les paragraphes précédents conduit à des diagrammes ABCD ; la pression en B et en C sera choisie de façon que la résultante Q_s soit donnée par la formule précédente

En pratique, on simplifiera le diagramme ABCD en prenant :

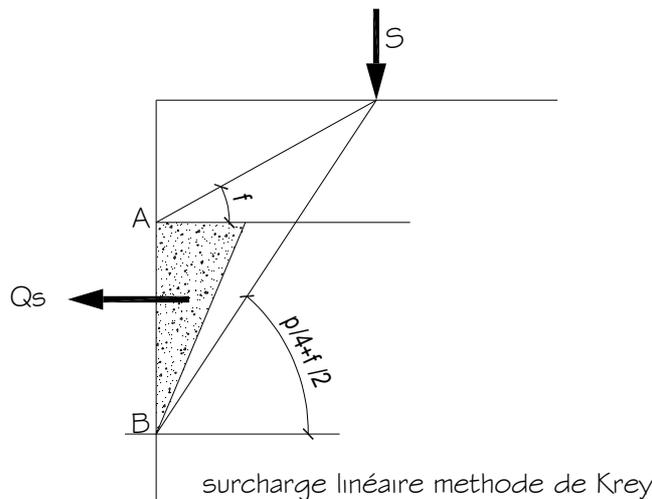
- Soit une repartions uniforme entre A et D
- Soit une repartions triangulaire

Surcharge linéaire infinie

Deux méthodes sont utilisées

- a) *Méthode de Krey* – elle est identique a la méthode précédente on devra avoir

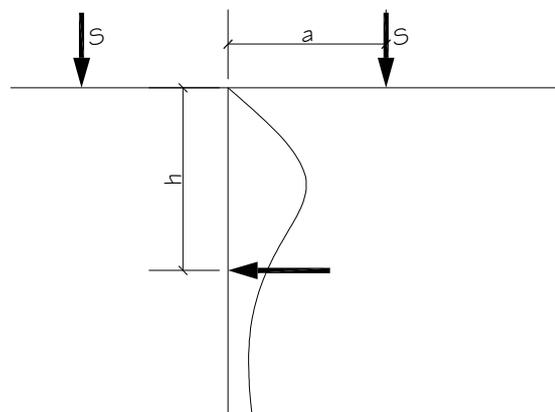
$$Q_s = S \operatorname{tg}(\pi/4 - \varphi/2)$$



Nous avons représenté un diagramme triangulaire. On peut également adopter entre A et B une répartition rectangulaire.

- b) *Méthode de Boussinesq* – boussinesq a étudié la répartition des contraintes dans un milieu semi indéfini élastique donc *déformable* le long d'un plan vertical écran la contrainte horizontale radiale s'écrit

$$P = 2/\pi S ha^2 / (a^2 + h^2)^2$$



surcharge linéaire methode de Boussinesq

Si l'écran est parfaitement rigide il faut considérer l'action simultanée d'une surcharge fictive S' la pression sur l'écran est alors doublée et devient :

$$P = 4/\pi S ha^2 / (a^2 + h^2)^2$$

En pratique et compte tenu des expériences diverses il convient d'utiliser :
La méthode de krey pour les écrans présentant une certaine flexibilité tels que les rideaux de palplanches

Pour les écrans rigides tels que les murs en maçonnerie les parois blindées la méthode de boussinesq avec le coefficient multiplicateur de 2

Surcharge locale

Une surcharge locale peut être prise en compte en admettant :

Une répartition à 1/2 dans le sens de la longueur

Dans le sens la hauteur une répartition identique a celle définie dans le paragraphe 6

De plus l'intensité des pressions sera telle que leur résultante s'écrive

$$Q_s = S \operatorname{tg}(\pi/4 - \phi/2)$$

Autre cas particuliers

Les méthodes décrites dans ce paragraphe sont des méthodes non rigoureuses mais qui reposent sur des principes communs qui pourront être appliqués a de nombreux autres cas.

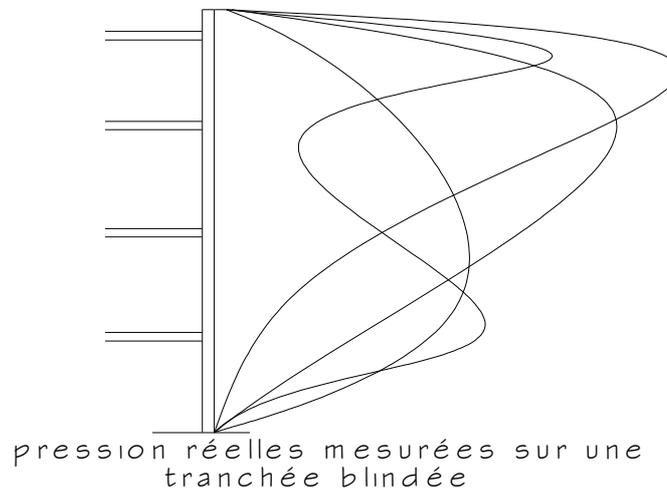
pour plus de détails sur les calculs pratiques on se refermera a l'ouvrage de Graux déjà cité de nombreux cas particuliers y sont traités donc entre autres celui des surcharges localisées sur les sols purement cohérent

C. Tranchées blindées

Détermination de la pression des terres.

Comme nous l'avons vu précédemment la paroi est ployée en tête sous la poussée croissante avec la profondeur tout se passe comme si elle pivotait autour de son arête supérieure la pression des terres dans les couches supérieures est donc beaucoup plus élevée que ne le voudrait la théorie de la poussée

La mesure des pousses sur les *étré sillons* des tranches est particulièrement facile aussi a t'on disposé très tôt de résultats de mesures assez nombreux.



La figure suivante montre le résultat de telles mesures effectuées sur une tranche de 11.50 m dans du sable pour un passage souterrain à Berlin les quatre courbes correspondant aux valeurs extrêmes mesurées dans quatre zones différentes cette expérimentation est relatée par terzaghi il en a déduis ainsi que d'autres expériences similaires des règles pratique de détermination des pressions des terres que nous allons étudier
la figure suivante représente quatre diagrammes de poussée des terres correspondant aux cas suivants :

Sables compacts

La répartition est celle de la figure 1

La résultante a pour valeur :

$$P=0.64k_a \gamma H^2$$

Sables lâches

$$P=0.72k_a \gamma H^2$$

La résultante s'exerce a une distance de 0.45 H de la base de la tranchée

Sols purement cohérents

Deux méthodes peuvent être utilisées

c) La méthode du diagramme de peck

La pression maximale est

$$P= \gamma H - 4c$$

La résultante

$$P=0.775H (\gamma H - 4c)$$

S'exerce a une hauteur égale a 0.47 H au dessus du fond de fouille

d) Méthode des terres au repos

La cohésion est assez difficile a connaître avec pression d'autre part une différence d'évaluation de la cohésion peut faire passer d'une tranchée qui ne pousse pas ($\gamma H - 4c \leq 0$) à une tranchée avec des poussées sensibles on préfère souvent prendre les poussées figurant sur le diagramme de la figure 4 avec les cas suivant

Argile raide $P1=0.15 \gamma H^2$ à 0.47 H de la base.

Argile plastique $P2=0.21 \gamma H^2$ à 0.38H de la base.

Argile molle $P3=0.25 \gamma H^2$ à 0.33H de la base.

Il est conseillé de faire le calcul par deux méthodes et de prendre le cas le plus défavorable

Action des surcharges

Les méthodes seront les mêmes dans le cas des parois non blindées

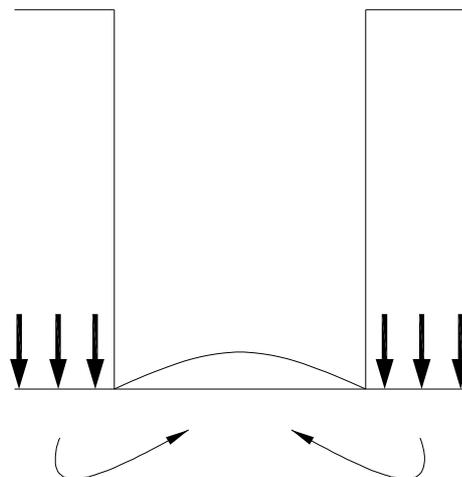
Sols cohérents

Le calcul sera fait en considérant le sol pulvérulent de même angle de frottement ϕ et en déduisant l'action de la cohésion

$$Pc = (1 - k_a' \cos \delta) c / \text{tg } \phi$$

Stabilité de fond des fouilles

Les méthodes de calcul sont basées sur l'étude des fondations superficielles et semi profondes bien entendu si la fouille est exécutée sous le niveau de la nappe il faut tenir compte des pressions d'écoulement



Les gradients hydrauliques sont élevés en fond de fouille et les risques de renard importants

IX. DIMENSIONNEMENT DES OUVRAGES DE SOUTÈNEMENT

Avertissement

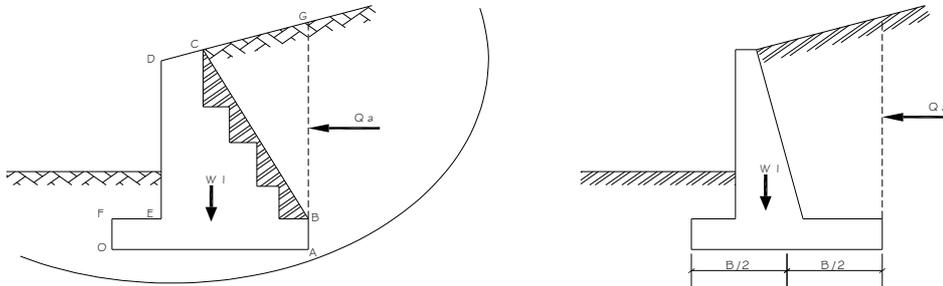
L'enseignement dont ce livre est le reflet se limite à la détermination des poussées et des butées sur les écrans

Le dimensionnement des ouvrages de soutènement est traité par ailleurs nous avons cependant réuni dans cette troisième partie une description volontairement schématique des méthodes les plus simples de calcul des ouvrages

le lecteur aura les yeux plus un guide qu'un traité de cette question et il abordera plus facilement la lecture des ouvrages spécialisés qui sont cités en références et qui lui permettront de résoudre correctement ce type de problème

Murs de soutènement classiques

les figures suivantes montrent les efforts s'appliquant sur les murs en général on considère la poussée sur un écran fictif vertical passant par le talon AB de la semelle le poids W_2 du massif de terre BB'CG agit alors sur la semelle



Dans ce cas la pousse Q_a sur BG doit être prise avec $\delta=0$ arc l'écran BG est fictif et il n'y a pas de déplacement différentiel entre la partie à gauche et celle à droite

Dans le cas de mur à redans on peut également considérer l'écran incliné BC le poids des terres n'intervient plus que dans la zone hachurée

Lorsque la semelle est superficielle il est prudent de négliger la butée Q_p

R est la résultante des efforts qui s'appliquent sur la semelle

L'étude de la stabilité du mur comporte les phases suivantes

- **Stabilité au renversement**

Il faut comparer les moments par rapport à O des forces qui stabilisent le mur à celle qui n'ont tendance à le renverser le coefficient de sécurité s'écrit

$$F_s = (\sum M'/O \text{ de } W_1 \text{ et } W_2) / (M'/O \text{ de } Q_a \text{ (+éventuellement } M'/OP_w))$$

Avec P_w = résultante de la poussée hydrostatique

Le coefficient de sécurité minimum est de 1.5

- **Stabilité au glissement**

La résultante au cisaillement mobilisable le long de OA s'écrit :

$$S = a \cdot OA + (W_1 + W_2) \cdot \tan \delta'$$

δ' étant l'angle de frottement entre la semelle et le béton de la semelle et $\alpha > l'$ adhérence

Le coefficient de sécurité s'exprime comme le rapport des forces horizontales qui peuvent s'opposer au glissement aux forces horizontales qui tendent à la provoquer d'où

$$F_s = (Q_p' + S) / (Q_a + P)$$

Q_p' est la composante horizontale de la butée aval que néglige pour la semelle superficielle à moins qu'elles soient munies d'une bêche

On doit avoir

$F_s > 1.5$ si Q_p' est négligé

$F_s > 2$ s'il est tenu en compte de Q_p'

La stabilité au glissement est souvent une condition contraignante pour le dimensionnement des murs

Remarques – afin de pouvoir prendre c et ϕ au lieu de a et δ dans le calcul de S il y a tout intérêt à réaliser des bèches les bèches améliorent considérablement la résistance au glissement

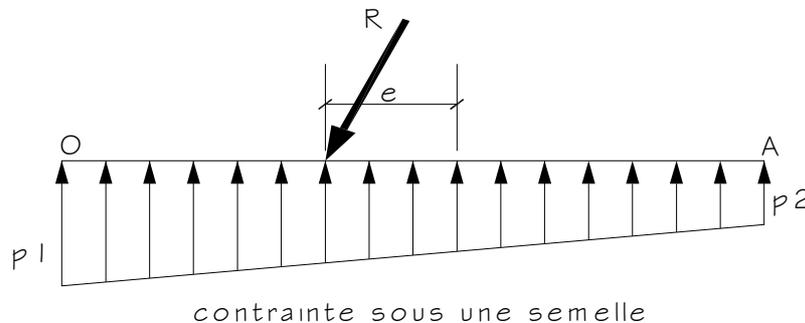
- **Stabilité du sol de fondation**

Vis-à-vis de la rupture et des tassements.

L'action des différentes forces conduit à une résultante oblique R et excentrée au niveau de OA .

Les chapitres précédents fournissent tous les éléments nécessaires pour calculer la stabilité vis-à-vis de la rupture d'une semelle continue soumise à une charge excentrée et inclinée il traite également de la détermination du tassement prévisible.

Les tassements doivent être compatibles avec la bonne tenue de l'ouvrage.



Remarques – les murs en maçonnerie ou même en béton armé lorsque la fondation est compressible, sont dimensionnés pour que l'excentrement e reste inférieur à $B/6$ (résultante dans le tiers central de façon à ce que les réactions sous la semelle soient toujours positives en admettant une répartition linéaire de celles-ci

Pour les murs en béton armé reposant sur des sols résistants, une excentricité $e < B/4$ est admissible.

- **Risque de rupture générale**

Enfin il faut vérifier que la stabilité est assurée pour les cercles de glissements englobant l'ouvrage. On se reportera au chapitre précédent.

- **Murs de soutènement de conception spéciale**

Il existe plusieurs procédés de soutènement qui reposent des principes particuliers, tels les murs en terre armé. Cette technique s'est développée considérablement ces dernières années. La description du procédé sort de l'objet de ce livre

Dimensionnement des rideaux de palplanches et des parois moulées

- **Classification**

On distingue :

- Les rideaux sans ancrage
- Les rideaux avec ancrages simples ou multiples

Du point de vue du dimensionnement il existe deux catégories de méthodes :

Les méthodes classiques : qui ne tiennent pas compte de la rigidité propre du rideau ces méthodes ont l'avantage de la simplicité ; par contre, l'évaluation des efforts dans les palplanches et en particulier des moments fléchissant maximaux est grossière ; or ce sont ces efforts qui dictent le choix du type palplanche ;

Les méthodes élasto-plastiques : qui prennent en compte la rigidité de la palplanche et la relation entre la déformation du rideau en un point quelconque et la contrainte réellement appliquée par le sol en ce point (module de réaction horizontale).

Ces dernières méthodes se prêtent bien au calcul par ordinateur.

Nous traiterons ici uniquement des méthodes classique qui sont suffisante au niveau des avant projets ainsi que pour le dimensionnement définitif des petits ouvrages. Nous revoions a la bibliographie en fin de chapitre pour l'étude détaillée du calcul notons encore que pour les parois moulées dont la rigidité est élevée le calcul par une méthode élasto - plastique est vivement conseillée

- **Principes de calcul d'un rideau encastré en pied**

Le rideau ne compte pas le tirant.

Repartions des efforts -le rideau pivote autour d'un axe de rotation correspondant au point O inconnu

On peut donc répartir les efforts en trois types :

- La poussée P qui s'exerce dans la partie supérieure
- La butée B juste au dessus de O cette butée est la différence entre la pression passive des terres mobilisables coté aval et la pression active des terres qui s'exerce coté amont.

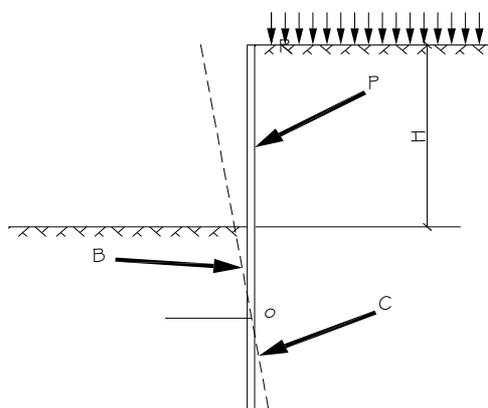
la contre butée C qui s'applique au delà du point O et qui est la différence entre la pression passive des terres mobilisables coté amont et la pression active qui s'exerce coté aval.

On fait l'hypothèse simplificateur suivante : la contre butée C s'exerce au point O

Le système est alors isostatique et le calcul se conduit a l'aide des étapes ci après.

Détermination du diagramme de pression des terres.-le digramme de pression des terres est établi selon la méthode décrite au chapitre précédant en tenant compte de tous les paramètres différentes couches pousses hydrostatique cohésion surcharges etc.

Détermination de la position de l'axe de rotation.- le diagramme de pression des terres fait apparaître un point de pression nulle I situé a une distance t sous le point B



efforts sur un rideau encastré

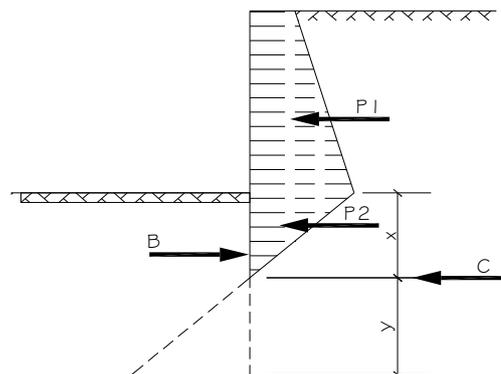


diagramme des pressions des terres

Soit x la distance du point O au point I en écrivant que la somme des moments des résultantes de pression des terres P1 et P2 B par rapport à O est nulle on obtient une équation en x généralement du 3eme degré qui donne la position de O ainsi que la valeur de B.

REMARQUE : le diagramme représenté sur la figure précédente correspond a un cas simple, s'il s'agit d'un cas complexe, le diagramme est beaucoup tourmenté, mais la méthode est rigoureusement identique.

Détermination de la valeur de la contre butée -.Il suffit d'écrire que la contre butée C est égale et opposée à l'effort tranchant en O c'est-à-dire à $B - P_1 - P_2$.

Longueur de la contre fiche au delà de O -. La contre fiche est dimensionnée de façon que la résultante de la différence entre la pression passive des terres coté amont et la pression active coté aval sur la longueur y permette de mobiliser C. En définitive, la fiche totale de palplanche est t+x-y en pratique on adopte souvent une longueur de contre fiche égale à 20% de la fiche totale dans la partie en butée dans ces conditions la fiche totale t+1.2x

Dimensionnement du rideau -. Tous les efforts étant déterminés, il est aisé de tracer les courbes des efforts tranchants et des moments fléchissants en fait c'est surtout la valeur du moment fléchissant maximum obtenu au point d'effort tranchant nul qui est intéressante

Soit M_{max} cette valeur.

Rideau de palplanches -. On appelle module de résistance W l'expression I/V avec :

- I module d'inertie de la palplanche.
- V distance maximale a la fibre neutre.

Le module de résistance W est fourni par le fabricant

W est en fonction de la contrainte admissible dans l'acier σ_a

$$W = M_{max} / \sigma_a$$

Ce qui permet de choisir le type de palplanche

Parois moulées la connaissance du moment dans chaque section et en particulier du moment maximum permettra de déterminer aisément l'épaisseur et le ferrailage de la paroi.

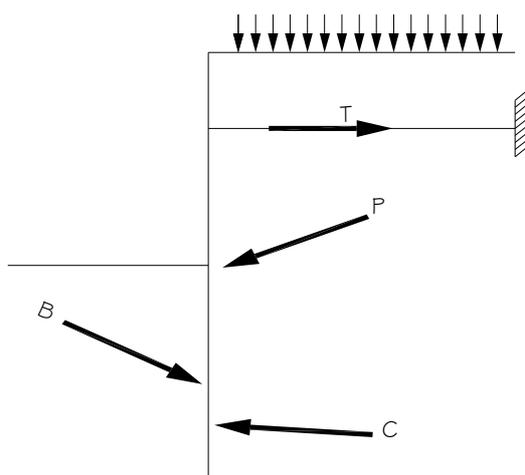
Remarques diverses -. Le calcul peut être menés directement ce qui est intéressant avec les calculatrices actuelles mais peut être également conduit par une méthode graphique qui est exposée dans la référence 8

Inclinaisons de la poussée et de la butée en général la poussée est prise avec inclinaison δ nulle et la butée avec une inclinaison comprise entre $\varphi/2$ et $3\varphi/4$

Les calculs précédents sont conduits avec un coefficient de sécurité de 1 en ce qui concerne la stabilité générale on pourra soit augmenter la fiche soit prendre les coefficients de sécurité sur les caractéristiques mécaniques du sol c'est-à-dire sur les coefficients de poussée et de butée Les tableaux annexe A fournissent les caractéristiques des principes type de palplanches

- **Rideaux ancré en tête et encastré en pied**

En plus des efforts définis au début le rideau est soumis a la force T du au tirant.



répartition des efforts

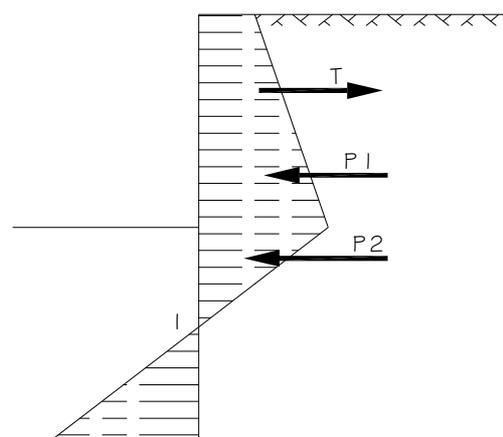


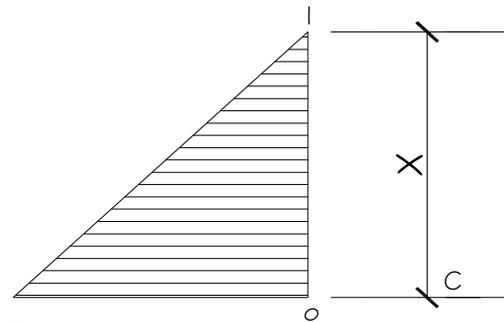
diagramme des pressions des terres

1. La première phase consiste à déterminer le diagramme de pousse des terres sans s'occuper du tirant. Ce diagramme a donc même allure que précédemment.
2. Le système est hyperstatique. il faut faire une hypothèse supplémentaire pour le rendre isostatique

Généralement cette hypothèse est la suivante le point de pression nulle est également un point de moment nul

3. La valeur de T ensuite déterminée en écrivant que la somme des moments de T, P₁, et P₂ par rapport à I est nulle
4. La valeur de l'effort tranchant en I est donnée par

$$t = P_1 + P_2 - T$$
5. On peut alors considérer la partie du rideau inférieure à I en remplaçant l'action de la partie supérieure par t on est ramené au cas du rideau encastré en pied sans tirant qui a été traité au paravent les étapes suivantes sont donc identiques au cas du rideau sans tirant



Détermination des efforts sur la partie intérieure du rideau

6. Détermination de la position de l'axe de rotation (calcul de x)
7. Détermination de la valeur de la contre butée C
8. Longueur de la contre fiche au delà de O
9. Dimensionnement du rideau
 - Courbe des efforts tranchants (il y a en général deux point d'effort tranchants nul correspondants à des maxima de moment)
 - Courbe des moments fléchissants
10. a/ Rideaux de palplanches
 - Calcul du module de résistance W
 - Dimensionnement des plaques d'ancrage

Nous ne nous étendrons pas sur ce sujet mais il faut que la butée mobilisable le long de AB puisse absorber l'effort T avec un coefficient de sécurité correct

b/ Parois moulés :-Détermination de section et du ferrailage :

Vérification de la stabilité de l'ensemble.

Il convient de vérifier que l'ensemble de l'ouvrage est stable et qu'il ne risque pas de se produire une rupture le long d'une courbe de glissement telle que CDE cette stabilité peut être vérifiée par la méthode classique des cercles de glissements ou par des méthodes approchées qui sont décrites dans la référence 10

Mécanique des fluides

GENERALITES

I – Définition et propriétés**1-1- Définition**

Un fluide est un milieu continu, déformable sous l'effet d'un effort de cisaillement quel que soit la grandeur de cet effort.

Un fluide est composé de liquides et de gaz

1-2 Propriétés communes entre liquides et gaz

Isotropie : Identité des propriétés dans toutes les directions

Mobilité : Tous les fluides adaptent la forme du récipient qui les contient.

Viscosité : Propriété de s'opposer au mouvement .

Compressibilité : Variation de volume d'un fluide avec la pression et ou la température.
En général les liquides sont peu ou pas compressibles, les gaz par contre sont compressibles

I Définition et propriétés :

1-3 Différence entre un liquide et un gaz

a – les liquides ne sont pas expansibles avec tandis que les gaz occupent tout le volume disponible.

b- La loi de variation de la viscosité avec la température n'est pas la même : pour les gaz la viscosité croît avec la température et pour les liquides elle décroît avec celle-ci.

c- Ou adrent souvent l'incompressibilité des liquides du moins aux pressions habituelles.

2- Propriétés Physiques**2-1-1 Masse volumique**

Masse de l'unité de volume $\rho = \frac{M}{V} \text{ kg / m}^3$

2-1-2- Densité

$$\delta_{\text{liquide}} = \frac{\rho_{\text{liquide}}}{\rho_{\text{référence}}} \quad \delta_{\text{gaz}} = \frac{\rho_{\text{gaz}}}{\rho_{\text{référence}}}$$

Pour les liquides : la référence est l'eau à la même t°

Pour les gaz : la référence est l'air à la même t°

ρ

2-1-3 Poids spécifique

Pois de l'unité de volume $\gamma = \rho g \text{ N / m}^3$

avec g : pesanteur

$$\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg / m}^3$$

$$\gamma_{\text{eau}} = 9810 \text{ N / m}^3$$

2-1-4 : **Volume spécifique** : $V_s = \frac{1}{\rho}$ volume occupé par l'unité de masse

3- Propriétés Physiques :

2-2 La viscosité

La viscosité est la propriété d'un fluide de s'opposer par des efforts tangentiels en déplacement qu'on lui imprime

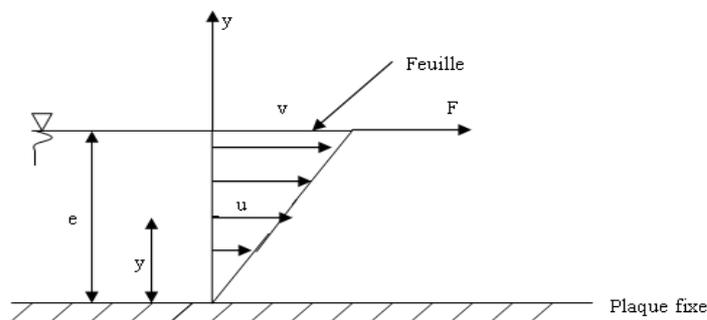
(DANS L'ACTION DE CONTACT DES MOLECULES LA PRESSION REPRESENTE L'EFFORT NORMAL ET LA VISCOSITE CORRESPOND A L'EFFORT TANGENTIEL)

La viscosité se rapproche beaucoup de l'action de frottement., à la différence de la pression normale qui se manifeste même si le fluide est au repos ,le frottement tangentiel n'apparaît que lorsque le fluide est en mouvement .

La force visqueuse ne prend missive qu'avec le mut et s'émule lorsque celui-ci s'arrête.

2-2-1 Expérience de NEWTON

- Liquide à surface libre
de profondeur e à un fond fixe



- Soit une feuille de surface A
à la surface du liquide, soumise à la force F .
Entrent la feuille et en mesurant la vitesse de déplacement de chaque couche, on constate qu'en descendant vers le fond la vitesse diminue.
On suppose que la vitesse se réduit d'une façon linéaire : quand la profondeur e est très petite la courbe de vitesse est assimilée à une droite.

$$\text{triangle semblable } u(y) = v \frac{y}{e} \Rightarrow \frac{du}{dy} = \frac{v}{e} = \text{cte}$$

2) propriété physique

2.2.1 Expérience de Newton (suite)

De plus Newton prouve que la vitesse v de la feuille (vitesse d'entraînement) était proportionnelle à $Fx e/A$.

- La contrainte de cisaillement à la surface est $\tau = \frac{F}{A}$
- à la hauteur y : $\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{v}{e}$ d'après la loi de Newton

μ est la viscosité dynamique

- Il en découle que la contrainte de cisaillement est proportionnelle à un gradient de vitesse.
- Si la vitesse varie il y a cisaillement et par conséquent un écoulement avec gradient de vitesse.

- Les fluides Newtoniens suivent la loi $\tau = \mu \frac{du}{dy}$

Si $\mu = 0 \Rightarrow \tau = 0$ alors le fluide est un repos ou à vitesse constante

Les fluides parfaits ont une viscosité nulle.

L'unité de mesure de μ dans le système international est le : pas ou $N.s/m^2$

ou la poise = $dyne.s/m^2$ dans le système CGS

2.2.2 Viscosité cinématique

dans un grand nombre de problèmes, la viscosité dynamique n'intervient pas seule mais

sous la forme $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ m^2/s stoch = $1 \text{ cm}^2/s$

c'est la viscosité cinématique

pour l'eau à 20°C $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/s = 0.01 \text{ st}$

pour l'air à 20°C $\nu = 0.15 \text{ st}$: l'air est 15 fois plus visqueux que l'eau

HYDROSTATIQUE

l'hydrostatique est l'étude de pressions dans un fluide en repos ou en mouvement solide, ainsi que des forces de pressions s'exerçant sur des surfaces immergées.

la pression ρ en un point d'une surface plane et définie par : $\rho = \lim \frac{dF_n}{dA}$

avec : dF_n : effort normal agissant sur l'élément de surface dA entourant le point considéré.

l'unité de la pression est le N/m^2 ou le pro cal $\rho_a = 1N/$

ou le bar ($bar = 10^5 \rho_a$)

En trydrostatique la contrainte de cisaillement Z est nulle.

$$\tau = 0N/m^2$$

2-1 Isotropie de la pression

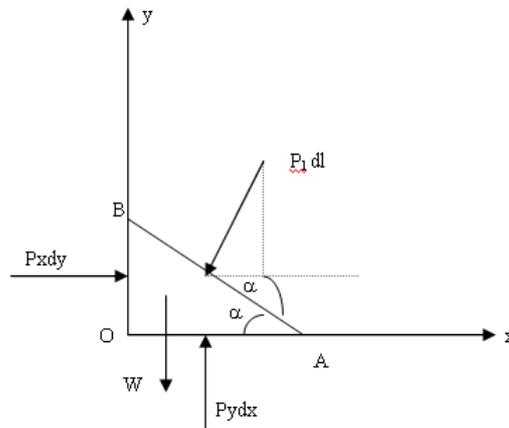
la pression en un point de fluide au repos est la même toutes les directions, elle est indépendante de l'orientation de la surface retour du point.

considérais un élément prismatique de fluide de base OAB dans le plan xoy , et de longueur unité suivant oZ , formé retour d'un point M d'un fluide au repos

$OA=dx$

$OB=dy$

$AB=dl$



P_x, P_y, P_l respectent respectivement les pressions sur les faces OA, OB, AB

Isotropie de la pression (suite)

l'équilibre statique donne alors :

$$0x : P_x dy - (P_l \sin \alpha) dl = 0$$

$$0y : P_y dx - w - (P_l \cos \alpha) dl = 0 \quad \text{ou : } w = pg \frac{dxdy}{2} \quad 1 \text{ (poids du fluide)}$$

$$\sin \alpha = \frac{dy}{dl} \quad \text{et} \quad \cos \alpha = \frac{dx}{dl}$$

ou aura donc :

$$\begin{cases} \text{ox} : P_x dy - p l dy = 0 \\ \text{oy} : P_y dx - p g \frac{dx dy}{2} - P l dx = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{ox} : P_x = P l \\ \text{oy} : P_y - P l - p g \frac{dy}{2} = 0 \text{ or lorsque } dx, dy \rightarrow 0 \text{ alors : A et B} \end{cases}$$

$$M \rightarrow O$$

on aura : $\text{ox} \quad P_x = P_e$

$\text{oy} \quad P_y = P l \Rightarrow P_x = P_y = P_e$ au ce qui montre que la pression est indépendante de l'orientation de la surface prise retour du point considéré.

dans un fluide de viscosité nulle (fluide parfait) il n'y a pas de contrainte de cisaillement et ainsi la pression est la même dans toutes les directions en ce point.

II- 2 Equation Fondamentale de l'hydrostatique

2-2.1 Equation de base

considérons un élément fluide parallélépipédique pris dans une masse de fluide au repos.

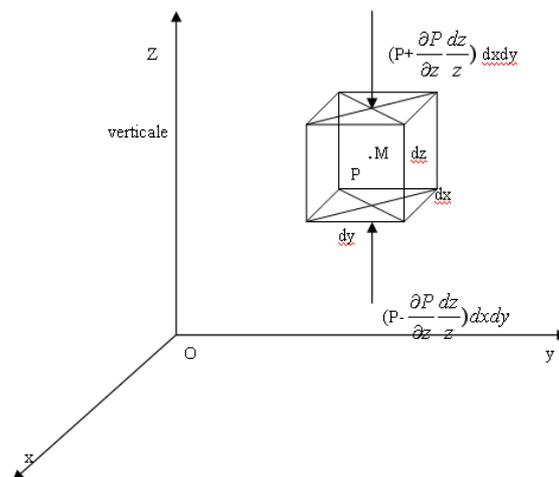
Soit $dx \, dy \, dz$ les cotes de cet élément de fluide.

Le tout est placé dans un repère orthonormé $oxyz$, d'axe oz vertical ascendant

Soit p la pression au centre de gravité M du parallélépipédique

2- Equation Fondamentale de hydrostatique

2-2.1 équation de base



les forces agissant sur l'élément parallélépipédique de fluide au repos se décomposent comme suit :

- Forces de surface : Pression sur les 6 faces externes.
- Forces de volume : de composantes x, y et z pour unité de volume (poids, inertic, ... etc)

Le bilan de ces forces suivant chaque direction est donc :

Direction ox :

$$\text{Force de surface : } (P - \frac{\partial P}{\partial X} \frac{dx}{2}) dydz - (P + \frac{\partial P}{\partial X} \frac{dx}{2}) dx dy$$

$$\text{Force de volume : } X dx dy dz$$

Direction oy:

$$\text{Force de surface : } (P - \frac{\partial P}{\partial Y} \frac{dy}{2}) dx dz - (P + \frac{\partial P}{\partial Y} \frac{dy}{2}) dx dz$$

$$\text{Force de volume : } Y dx dy dz$$

Direction oz :

$$\text{Force de surface : } (P - \frac{\partial P}{\partial Z} \frac{dz}{2}) dx dy - (P + \frac{\partial P}{\partial Z} \frac{dz}{2}) dx dy$$

$$\text{Force de volume : } z dx dy dz$$

L'équilibre statique de l'élément s'écrit :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

En projetant la relation vectorielle sur les trois directions, nous obtenons trois équations algébriques :

$$X dx dy dz + [(P - \frac{\partial P}{\partial X} \frac{dx}{2}) - (P + \frac{\partial P}{\partial X} \frac{dx}{2})] dx dz = 0$$

$$Y dx dy dz + [(P - \frac{\partial P}{\partial Y} \frac{dy}{2}) - (P + \frac{\partial P}{\partial Y} \frac{dy}{2})] dx dz = 0$$

$$Z dx dy dz + [(P - \frac{\partial P}{\partial Z} \frac{dz}{2}) - (P + \frac{\partial P}{\partial Z} \frac{dz}{2})] dx dy = 0$$

Après simplifications, nous obtenons :

$$X = \frac{\partial P}{\partial X} ; Y = \frac{\partial P}{\partial Y} \text{ et } Z = \frac{\partial P}{\partial Z}$$

qui se résume sous forme vectorielle à : $\vec{F}_1 = \text{grad } p$

\vec{F}_1 , était la résultante des forces de volume agissant sur l'unité de volume du fluide en repos.

2.2.2 Fluide en repos dans un champ de la pesanteur dans ce cas la seule force de volume s'exerçant sur le fluide en repos est son poids, d'où :

$$X = 0 ; Y = 0 \text{ et } Z = - \rho z$$

avec ρ : la masse volumique du fluide en repos. Le système se réduit à :

$$\begin{cases} \frac{dP}{dx} = \frac{dP}{dy} = 0 \\ \frac{dP}{dz} = -\rho z \end{cases}$$

d'où $p = p(z)$ ne dépend que de la direction verticale Z.

Les deux premières dérivées partielles sont nulles, donc la pression ne varie pas dans un plan horizontal d'un même fluide en repos.

Tant qu'on reste dans un plan parallèle au plan xoy, la pression est constante dans ces plans .

Ces plans sont les surfaces isobares pour 3 donné P = cte

Cas de fluides incompressibles

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \quad \rho = \text{cte car le fluide est incompressible}$$

⇒ équation simple de 1^{er} ordre .

$$\Rightarrow P(z) = -\rho gz + \text{cte}$$

si pour Z_0 on a $P(Z_0) = P_0$ donné

alors on a la relation $p - p_0 = \rho g(Z_0 - z)$

Pour les liquides si on prend l'axe des z orientés vers le bas :

$$\text{l'équation devient } \frac{dP}{dz} = \rho g \Rightarrow P(z) = \rho gz + P_0 = P_0 + \gamma z$$

Soit un fluide à surface libre , au repos dans un réservoir avec un fond à profondeur constante, et une profondeur d'eau égale h .

*** à la surface**

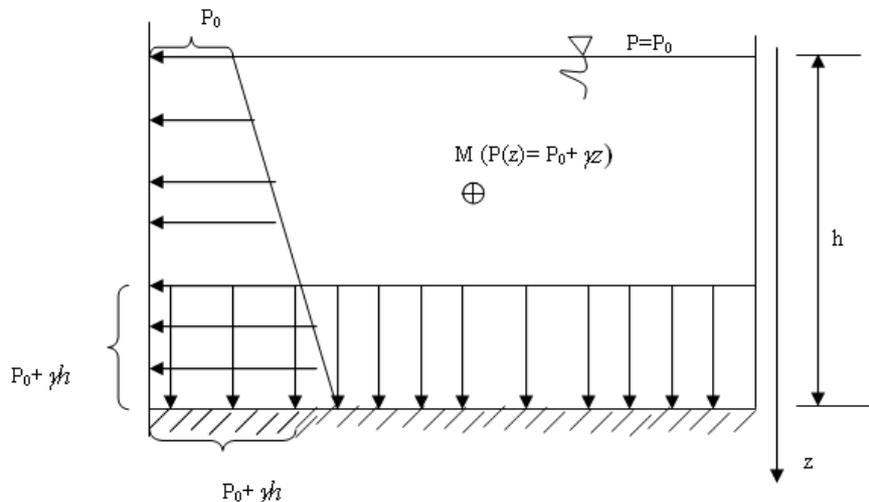
$z = 0$ et la pression $P_{(0)} = P_0$ pression de l'air ambiant .

***au fond :**

$$z = h \text{ et } P(h) = p_0 + \gamma h$$

d'où sur les pavés verticaux la pression varie d'une façon linéaire, et sur les pavés du fond (horizontal) la pression est constante en tout point.

- **Pour z quelconque** : $p(z) = P_0 + \gamma z$



2.2.2 .2 Fluides compressibles

si le fluide est un gaz parfait au repos à température constante , nous pouvons appliquer la loi des gaz parfaits :

$$\frac{P}{\rho T} = \text{cte} \text{ loi de Mariotte}$$

$$\text{alors on a : } \frac{P}{\rho} = \frac{P_0}{\rho_0} = \text{cte} \quad \text{d'où} \quad \rho = \rho_0 \frac{P}{P_0}$$

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g = -\rho_0 g \frac{P}{P_0}$$

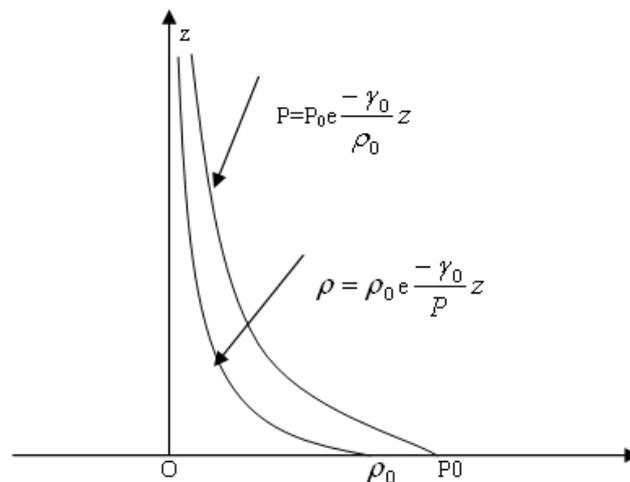
$$\Rightarrow \frac{dP}{P} = -\rho_0 g \frac{dz}{P_0} = -\frac{\gamma_0}{P_0} dz$$

En intégrons- on obtient.

$$\text{Ln} \frac{P}{P_0} = -\frac{\gamma_0}{P_0} (z - z_0) \quad \text{avec si } z=z_0 \text{ alors } \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ P = P_0 \end{cases}$$

$$\text{d'où } \frac{P}{P_0} = \frac{\rho}{\rho_0} = e^{-\frac{\gamma_0}{P_0} z} \quad \text{si } z_0=0 \text{ niveau de la mer}$$

$$\text{pour : } z = 0 \quad \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ P = P_0 \end{cases}$$



quand on monte en altitude pour un gaz parfait, sa masse volumique diminue de même pour la pression on dit que l'air s'allège.

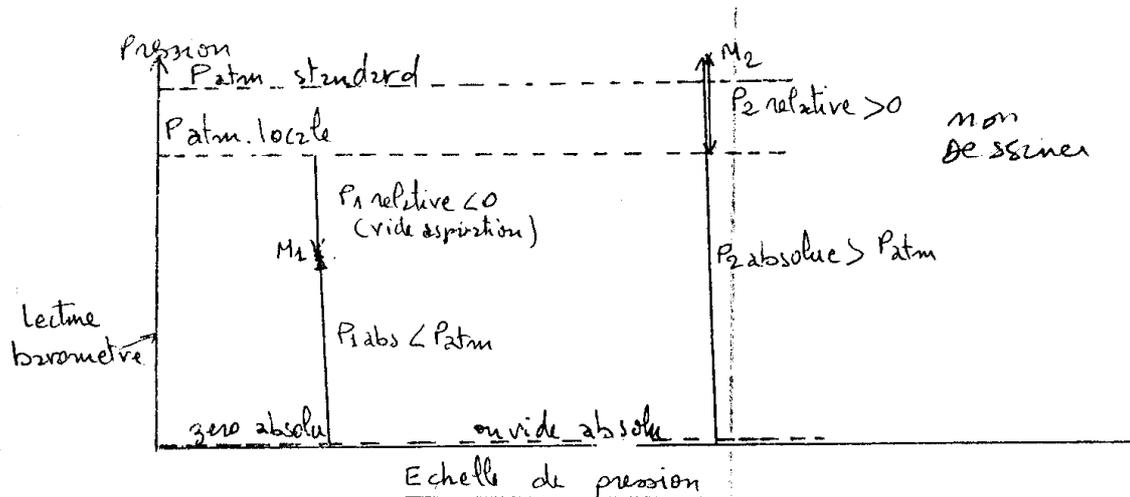
II-3 Unité et échelle de pression

3-a Pression relative- pression absolue

La pression peut être exprimée par rapport à n'importe quelle référence arbitraire, les références sont le zéro absolu (représenté par le vide absolu) et la pression atmosphérique locale.

La pression absolue est exprimée comme la différence entre sa valeur et le vide absolu.

La pression relative est exprimée comme la différence entre sa valeur et la pression atmosphérique local



la pression absolue P_{ab} et la pression relative P_r sont liées par la relation $P_{ab} = P_2 + P_{atm}$

3.b – pression atmosphérique locale ou standard :

la pression atmosphérique locale est mesurée par un baromètre.

Ce dernier se compose * d'une amre remplie de mercure et placée dans l'air.

*et d'un tube en verre fermé dans sa partie supérieur, sa partie inférieure ouverte est plongée dans la cuve après avoir été vidé de son air. le mercure morte dans le tube, la partie vide du tube est remplie de vapeur de mercure dont la pression est négligeable (0.173 Pa).

En appliquant la loi de l'hydrostatique :

$$P_B + \gamma_{Hg} h = P_A = P_{atm}$$

un négligent P_B on obtient

$$P_{atm} = \gamma_{Hg} h$$

c'est la pression atmosphérique locale donnée par le baromètre avec : $\gamma_{Hg} = \rho_{Hg} \cdot g$

$$\rho_{Hg} = 13590 \text{ kg/m}^3 \text{ à } 20^\circ\text{C}$$

La pression atmosphérique standard correspond à une lecture

$h = 760$ mm de mercure :

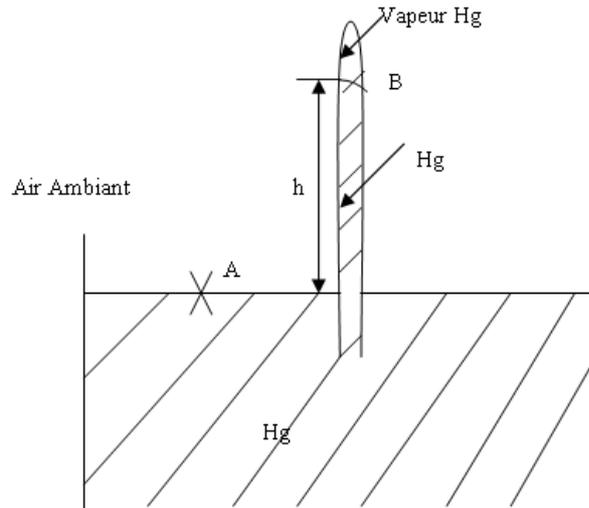
$$P_{atm} \text{ st} = 76 \cdot 13590 \cdot 9.81 = 101320 \text{ Pa}$$

on l'utilise lorsqu'on ne dispose pas de baromètre

si à la place du mercure, on aurait utilisé l'eau par exemple, la lecture aurait été telle

$$\text{que : } P_{atm} = \gamma_{(eau)} h_{(eau)} = \gamma_{(Hg)} h_{(Hg)}$$

$$\text{et donc } h_{(eau)} = h_{(Hg)} \frac{\gamma_{(Hg)}}{\gamma_{(eau)}} = 13,59 h_{(Hg)} = 10,33 \text{ m}$$



Principe du baromètre

d'où : la pression atmosphérique standard correspond à une lecture $h = 10,33 \text{ m}$ d'eau (ou mètre colonne d'eau)

on peut ainsi par l'intermédiaire de la relation $P = \gamma h$, convertir une pression en hauteur de colonne d'un liquide quelconque de poids volumique γ .

on peut aussi dire que la pression atmosphérique standard vaut 101320 Pa ou 760 mm de colonne de mercure (mm CHg) ou encore 10.33 m d'eau.

II-4 Manomètre et mesure de pression

Les manomètres sont des appareils et des dispositifs utilisés pour évaluer des différences de pression.

Les plus importants sont les piézomètres et les manomètres différentiels.

II-4-a Procédure générale à suivre :

En cas de présence de manomètre :

- 1- Commencer à une extrémité : écrire la pression en unité appropriée.
- 2- Ajouter à cette pression dans les mêmes unités, la variation de pression :
 - elle est > 0 si on descend
 - et < 0 si on monte.
- 3- Continuer jusqu'à l'autre extrémité pour les moments différentiels.

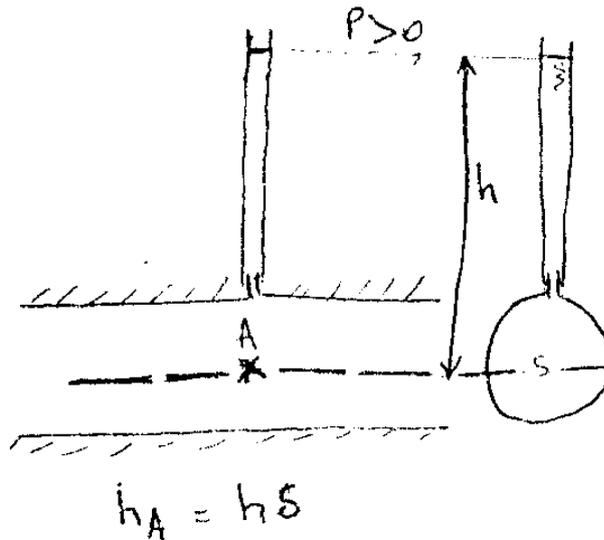
II-4.b Pizomètres

C'est l'appareil le plus élémentaire pour la mesure d'une pression.

L'unité de pression est le mm colonne du liquide contenu dans le pizometre.

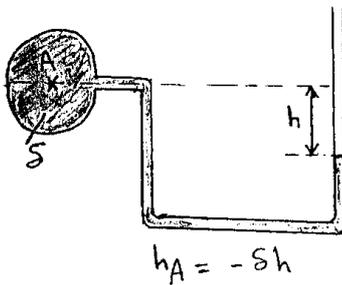
h_A : désigne la pression au sein de la conduite.

à l'extrémité du pizometre, la pression de l'air est négligeable.



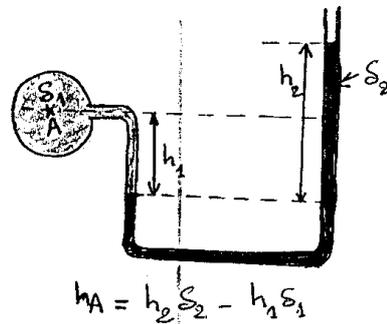
La pression peut être négative ou assez importante dans ces cas on a les dispositions suivantes :

Cas où $P < 0$



Cas où $P >>$

le 12.11.2004
13

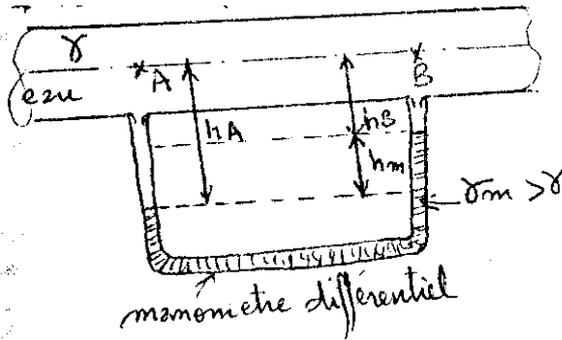


avec:
 $S_2 > S_1$

II-4.c Manomètres différentiels :

Le but de l'utilisation des manomètres différentiel est la mesure des pertes de pression.

- cas de liquide :



$$P_B = P_A +$$

$$\gamma h_A - \gamma_m h_m - \gamma h_B$$

$$\Leftrightarrow P_A - P_B = -\gamma h_A + \gamma h_B + \gamma_m h_m$$

$$\Leftrightarrow P_A - P_B = \gamma_m h_m - \gamma(h_A - h_B) = \gamma_m h_m - \gamma h_m$$

$$\Leftrightarrow P_A - P_B = h_m (\gamma_m - \gamma) = \gamma_m \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right)$$

$$\Leftrightarrow P_A - P_B = \gamma_m (\delta_m - 1)$$

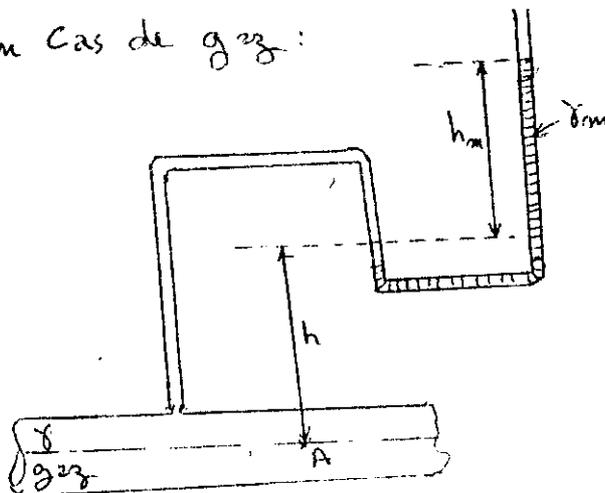
d'où $P_A - P_B = \gamma (\delta_m - 1) h_m$

- en cas de gaz :

$$\gamma_{\text{gaz}} \ll \gamma_{\text{liquide}}$$

$\Rightarrow \gamma$ du gaz est négligeable

en cas de gaz :



$$P_A - \gamma h - \gamma_m h_m = 0$$

négligeable

$\Rightarrow P_A = \gamma_m h_m$ constante pour la présente conduite de gaz

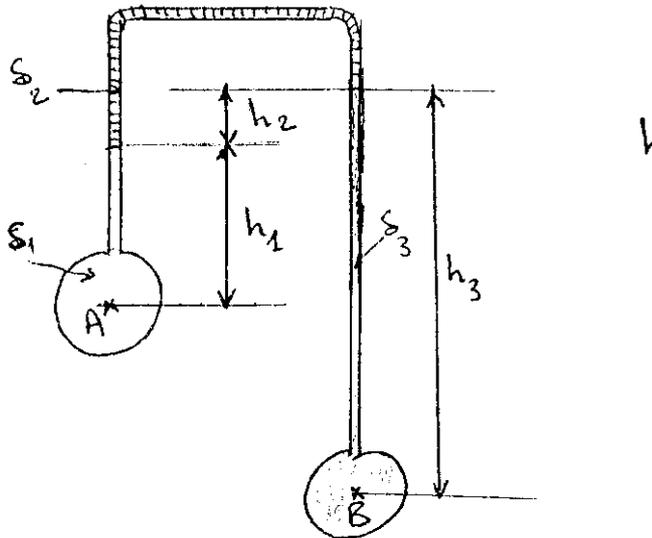
En général, on considère que la pression du gaz est constante.

Les manomètres différentiels sont conçus pour la mesure des différences de pression.

Exemple :

on considère deux conduits contenant deux de densités différentes et qui sont liées par un manomètre différentiel :

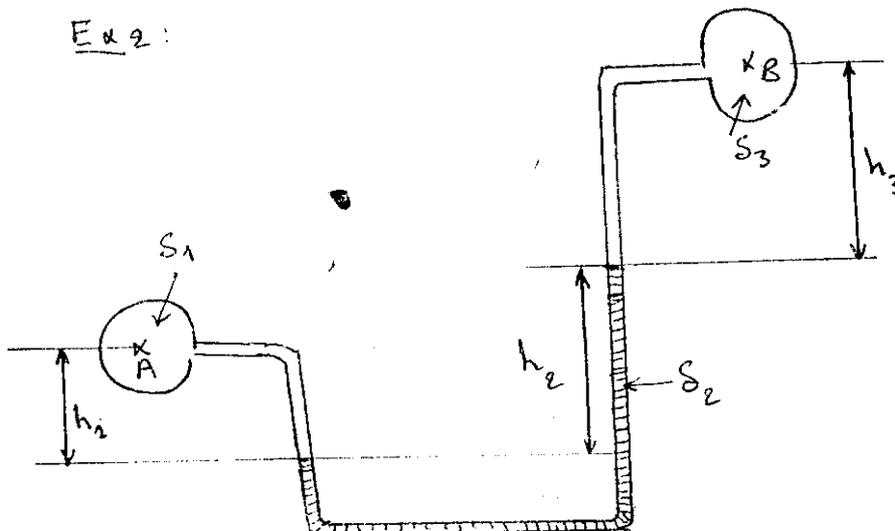
Ex 1 :



$$h_A - h_B = h_1 \delta_1 + h_2 \delta_2 - h_3 \delta_3 (mcE)$$

Ex2 :

Ex2 :



$$h_A - h_B = -h_1 \delta_1 + h_2 \delta_2 + h_3 \delta_3 (mcE)$$

II-5 Action des forces de pression sur les surfaces planes

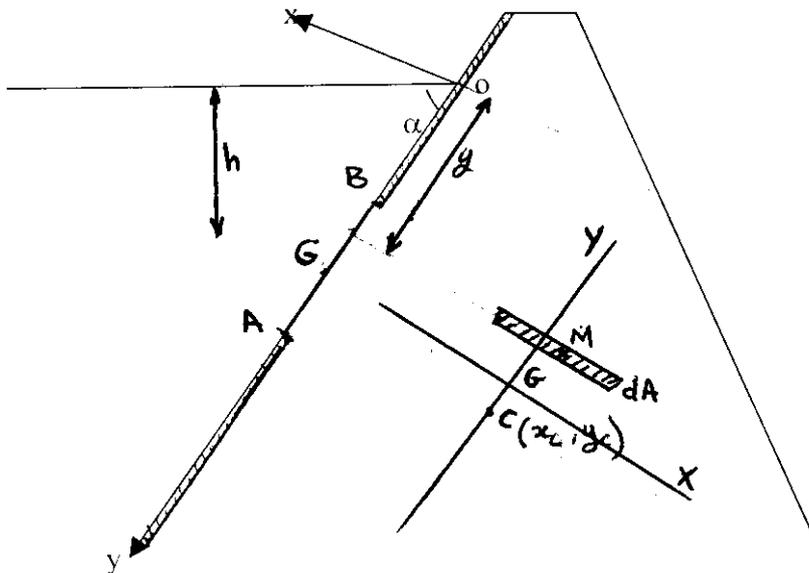
II-5 1 Résultante et centre des pressions

a- Résultante des forces de pression

Il s'agit de déterminer la résultante des forces de pression agissant sur la surface plane AB, en contact d'un fluide.

Soit par exemple un barrage disposant d'une vanne AB de forme quelconque, de surface A et de centre de gravité G.

α était l'inclinaison entre le plan xoy du barrage et le plan de la surface libre du fluide.



X et Y sont les axes principaux passant par le centre de gravité de la vanne.
Soit M un point de la plaque d'ordonnée y, de profondeur h et de dA la surface élémentaire entourant le point M.
Si p la pression relative au point M, la force de pression en M est définie par la relation :

$$dF = p dA$$

$$\text{or } p = \gamma h \text{ et } h = y \sin \alpha \text{ d'où } dF = \gamma y \sin \alpha dA$$

La résultante de la force de pression est alors :

$$F = \iint \gamma y \sin \alpha dA = \gamma \sin \alpha \iint y dA$$

or $S_x = \iint y dA = y_G A$ est le moment statique de la surface de la vanne par rapport à l'axe ox avec y_G l'ordonnée du centre de gravité de la vanne.

D'où $F = \gamma \sin \alpha y_G A = \gamma h_G A = P_G A$ avec $h_G = y_G \sin \alpha$ et P_G étant la pression au centre de gravité de la surface plane.

$$\boxed{F = P_G A}$$

Ainsi : La résultante des forces de pression sur une surface plane en contact ou immergée dans un fluide est égale au produit de l'aire de cette surface par la pression en son centre de gravité.

Direction : toutes les forces élémentaires dF sont perpendiculaires à la surface plane, il est de même pour leur résultante.

b- Centre de pression C :

C'est le point d'application de la résultante de la force de pression sur toute la surface plane. Soit (x_c, Y_c) les coordonnées de ce point

Pour calculer ces coordonnées on utilise la relation de moments :

$$\sum M/x : \quad F y_c = \iint dF y$$

$$\Leftrightarrow [\gamma \sin \alpha y_G A] y_c = \gamma \sin \alpha \iint y^2 dA$$

$$\Leftrightarrow y_c = [1/y_G A] \iint y^2 dA = [1/y_G A] I_{ox} \quad \text{or}$$

$$I_{ox} = I_{xx} + y_G^2 A \quad \text{d'où}$$

$$y_c = y_G + I_{xx} / y_G A$$

Avec y_G à compter à partir de la surface libre et $y_c > y_G$ quelque soit la position de G.

$$\sum M/y : \quad F x_c = \iint dF x$$

$$\Leftrightarrow [\gamma \sin \alpha y_G A] x_c = \gamma \sin \alpha \iint x y dA [1/y_G A] I_{xy}$$

$$\Leftrightarrow x_c = [1/x_G A] \iint x y dA = [1/y_G A] I_{xy} \quad \text{or} \quad I_{xy} = I_{xy} + x_G y_G A$$

$$\text{d'où} \quad x_c = x_G + I_{xy} / x_G A$$

Si la plaque est symétrique $I_{xy} = 0$ et $x_c = x_G$

CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES DE QUELQUES
SRFACES USUELLES

Sections	x_G	y_G	I_x	I_y	I_{xy}	I_{xG}	I_{yG}	I_{xGyG}
	$\frac{b}{2}$	$\frac{h}{2}$	$\frac{bh^3}{3}$	$\frac{hb^3}{3}$	$\frac{b^2h^2}{4}$	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{hb^3}{12}$	0
	$\frac{b}{3}$	$\frac{h}{3}$	$\frac{bh^3}{3}$	$\frac{hb^3}{12}$	$\frac{b^2h^2}{24}$	$\frac{bh^3}{36}$	$\frac{hb^3}{36}$	$-\frac{b^2h^2}{72}$
	0	0	$\frac{R^4\pi}{4}$	$\frac{R^4\pi}{4}$	0	$\frac{R^4\pi}{4}$	$\frac{R^4\pi}{4}$	0
	0	$\frac{4R}{3\pi}$	$\frac{R^4\pi}{8}$	$\frac{R^4\pi}{8}$	0	$\frac{R^4(9\pi-64)}{72\pi}$ ou $0.109R^4$	$\frac{R^4\pi}{8}$	0
	$\frac{4R}{3\pi}$	$\frac{4R}{3\pi}$	$\frac{R^4\pi}{16}$	$\frac{R^4\pi}{16}$	$\frac{R^4}{8}$	$0.055R^4$	$0.055R^4$	$-0.016R^4$

$$I_{xG} = I_x - (y_G)^2 F$$

$$I_{yG} = I_y - (x_G)^2 F$$

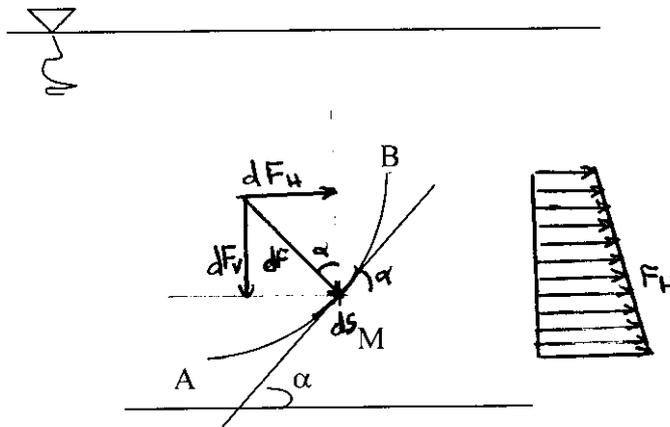
$$I_{xGyG} = I_{xy} - (x_G y_G) F$$

II-6 Action des forces de pression sur les surfaces gauches

Surface gauche : C'est une surface qui n'est pas plane, la plupart sont de forme cylindrique ou morceau de cylindre.

Considérons la surface gauche matérialisée par sa trace AB

En un point M de profondeur h par rapport à la surface libre, règne une pression γh .



Sur une aire dS entourant le point M, agit une force de pression :

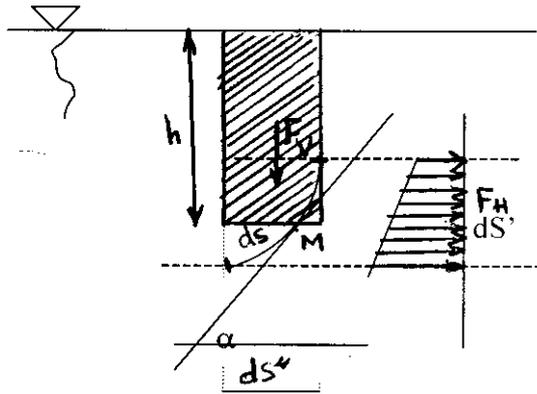
$$d\vec{F} = p d\vec{S} = \gamma h dS \vec{n}$$

\vec{n} : vecteur normal à $d\vec{S}$

α : angle entre le plan tangent en M à la surface dS , et le plan de la surface libre

II-6-1 résultante de la force de pression sur une surface gauche

$$dF_H = dF \sin \alpha = \gamma h dS \sin \alpha$$



$$dF_V = dF \cos \alpha = \gamma h dS \cos \alpha$$

$$dS' = dS \sin \alpha$$

$$dS'' = dS \cos \alpha$$

d'où :

$$dF_H = \gamma h dS'$$

$$dF_V = \gamma h dS''$$

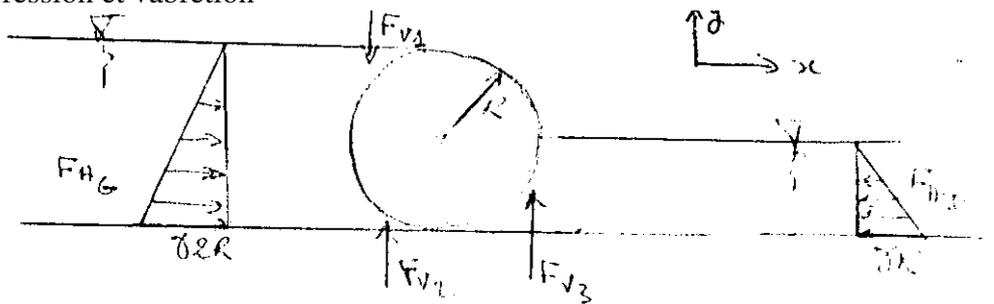
donc :

$$F_H = \iint \gamma h dS'$$

$$F_V = \iint \gamma h dS''$$

II-6.2 Exemple d'application

Soit une barrière cylindrique retenant l'eau d'un restore déterminer les composantes de la force de pression et de vabreton



$$F_{H_G} = \gamma 2R \times \frac{2R}{2} l = 2\gamma R^2 L$$

$$F_{A_d} = -\gamma R \frac{R}{2} l = -\frac{\gamma R^2}{2} l$$

$$\downarrow F_{V_1} = -\gamma \left(R^2 - \frac{\pi R^2}{4} \right) = -\gamma R^2 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\uparrow F_{V_2} = \gamma \left(R^2 + \frac{\pi R^2}{4} \right) = \gamma R^2 \left(1 + \frac{\pi}{4} \right)$$

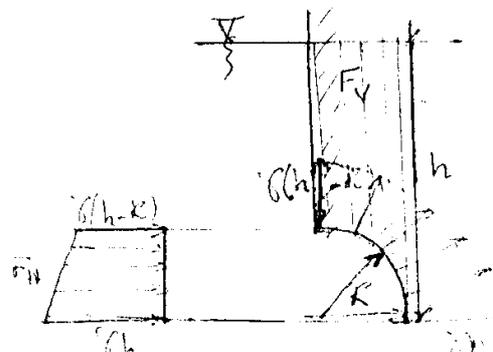
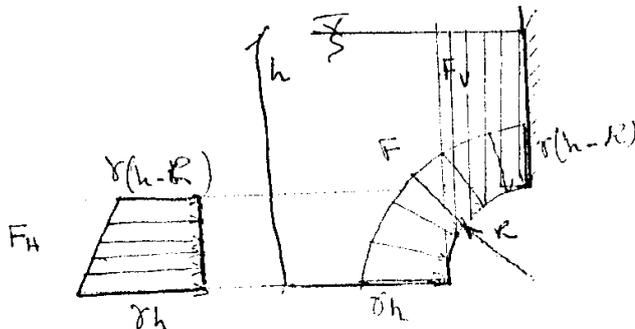
$$\uparrow F_{V_3} = \gamma \frac{\pi R^2}{4}$$

le volume est comptée à partir de la parme
jusqu'à la surface libre du fluide par force verticale

d'où $F_H \cdot F_{HT} + F_{HD} \quad 2\gamma R^2 l - \frac{\gamma R^2}{2} l \quad \frac{3}{2} \gamma R^2 L$

$$F_V \cdot F_{V_1} + F_{V_2} + F_{V_3} = -\gamma R^2 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) + \gamma R^2 \left(1 + \frac{\pi}{4} \right) + \gamma \frac{\pi R^2}{4}$$

Derection $\text{tgt} = \frac{F_V}{F_H} = \frac{3/4}{3/2} = \frac{\pi}{2} \rightarrow Ar = \text{tg} \frac{\pi}{2}$



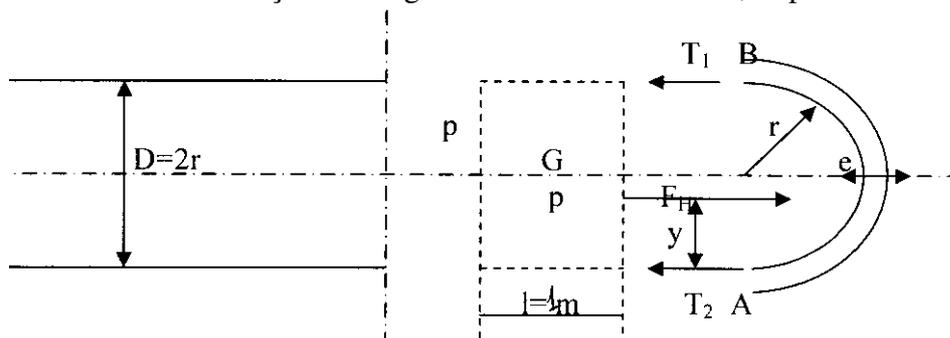
Ainsi :

La composant horizontale de la force de pression F sur la surface gauche est égale à la **poussée** sur la **surface plane prjéction** suivant la **verticale** de la surface gauche.

La composant verticale de la force de pression F sur la surface gauche est l'intégral de γh dS " qui n'est d'autre que le **poide de la colonne de fluide de base dS " et de hauteur h .**

II-6-2 Contrainte de traction dans une conduite

Considérons un tronçon de longueur unité de la conduite, l'épaisseur de sa paroi est e



Les tentions tendant à séparer la conduite en deux moitiés sont :

- T_1 dans la partie supérieure,
- T_2 dans la partie inférieure.

Si p la pression au centre (de gravité),

Alors la composante horizontale de la force de pression est : $F_H = 2pr$

* **Pour des pressions élevées**, le centre de pression peut être confondu avec le centre de gravité de la conduite et on a la **force de traction T** par unité de longueur.

$$T = T_1 = T_2 = pr$$

la **contrainte de traction par unité de longueur** dans la paroi de la conduite est donnée

par :
$$\sigma = \frac{T}{e} = \frac{pr}{e}$$

- **Lorsque la pression varie beaucoup entre le haut et le bas de la conduite** le centre de pression est défini par y tel que :

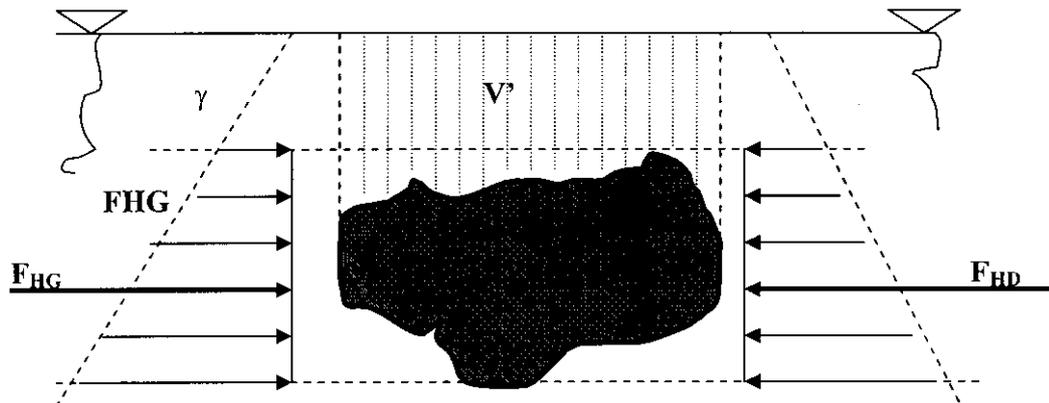
$$\sum F = 0 : T_1 + T_2 = 2pr \quad \text{et} \quad \sum M/A = 0 : T_1 2r - 2pr y = 0$$

$$\text{D'où} \quad T_1 = py \quad \quad T_2 = p(2r - y)$$

II-6-3 Poussée sur les corps immergés

Les efforts de pression s'exercent normalement à la surface du corps immergé.

La résultante de ces efforts se décompose en F_H et F_V (composantes horizontale et verticale)



D'après le diagramme des pressions, on a :

$$F_H = F_{HG} - F_{HD} = 0 \text{ car } F_{HG} = F_{HD}$$

$$F_V = F_{V234} - F_{V214} = \gamma(V' + V) - \gamma V'$$

D'où :
$$F_V = \gamma V$$

C'est la poussée d'Archimède

Il en résulte que :

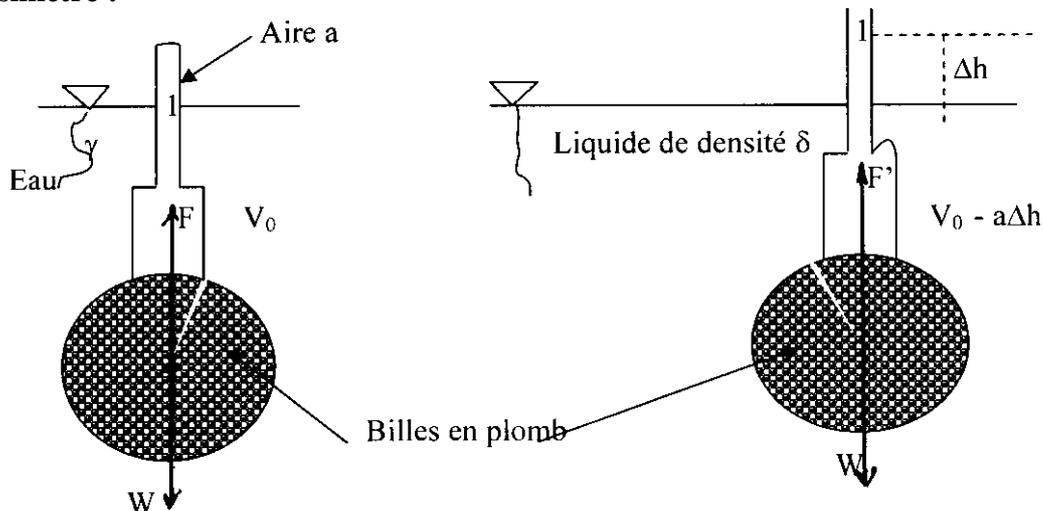
La poussée d'un fluide sur un corps immergé dans ce fluide est :

- de direction verticale ascendante
- son module est égale au poids du volume de fluide déplacé par ce corps
- sa ligne d'action passe par le centre de gravité du volume du corps immergé.

Application : Le densimètre

Le densimètre est un appareil de mesure de densité dont le principe repose la poussée d'Archimède exercée par le fluide extérieur sur les billes de plomb contenues dans l'appareil.

Densimètre :



V_0 : Volume de la partie immergée du densimètre

Δh : Dénivelée du niveau de la surface libre des deux fluides par rapport au densimètre

$$W = \gamma V_0 = \delta \gamma (V_0 - a \Delta h)$$

Ainsi on a : $\delta = V_0 (V_0 - a \Delta h)$

GENERALITE SUR LES ECOULEMENTS**I- CINEMATIQUE**

La cinématique des fluides s'occupe de l'étude des écoulements de fluide sans se préoccuper des forces qui les provoquent.

Il existe essentiellement deux méthodes pour étudier les écoulements :

a) Méthode de LAGRANGE

Cette méthode consiste à étudier les trajectoire des particules fluides individuellement et à en déduire leur vitesse, pression, etc , en fonction du temps.

Les coordonnées d'une particule $A(x,y,z)$ à l'instant t dépendent des coordonnées x_0 , y_0 , et z_0 à l'instant t_0 initial et du

$$x = f(x_0, y_0, z_0, t)$$

$$y = g(x_0, y_0, z_0, t)$$

$$z = h(x_0, y_0, z_0, t)$$

TRAJECTOIRE : La ligne tracée par la particule au cour de son mouvement s'appelle **trajectoire**, son équation s'obtient en éliminant le paramètre t entre x , y et z .

b) Méthode d'EULER

Elle étudie les caractéristiques de l'écoulement telles que la vitesse, la pression, etc... d'une particule ou d'un groupe de particules en un point fixe au sein du fluide avec le temps.

La vitesse est en général la caractéristique la plus importante au domaine fluide, et c'est une fonction de l'abscisse curviligne suivant la trajectoire et du temps t .

$$\vec{V}(u, v, w) = \vec{f}(s, t) \text{ avec : } u = u(x, y, z, t)$$

$$v = v(x, y, z, t)$$

$$w = w(x, y, z, t)$$

Ces composantes définissent l vecteur vitesse \vec{V} en tout point $A(x, y, z)$ de l'espace occupé par le fluide à tout instant t .

LIGNE DE COURANT : courbe continue tracée tangentiellement au vecteur \vec{V} en chaque point du domaine fluide.

II- TYPES D'ECOULEMENTS**II- 1- Ecoulement permanent ou non permanent**

Tous les paramètres caractéristiques du fluide tels que la vitesse, la pression, la masse volumique, etc ... au sein d'un écoulement permanent sont indépendants du temps.

Si au moins un de ces paramètres dépend du temps, l'écoulement est dit non permanent.

La plupart des écoulements permanents ne le sont qu'en moyenne.

En écoulement permanent, la ligne de courant a une direction fixe dans l'espace. Une particule donnée se déplace toujours le long de cette ligne qui en même temps la trajectoire.

II- 2 – Ecoulement uniforme ou non uniforme

Un écoulement est dit **uniforme** si ses caractéristiques à tout instant demeurent constantes en différant points de la direction de l'écoulement ; autrement il est **non uniforme**.

Les caractéristiques d'un écoulement uniforme sont donc invariables dans l'espace occupé par le fluide. Dans ce cas on a en particulier :

$$\frac{\partial v}{\partial s} = 0$$

l'écoulement dans une conduite uniforme assez longue à débit constant est permanent uniforme et à débit variable, il est **permanent non uniforme**.

l'écoulement dans une conduite non uniforme (section variable) ou assez courte à débit constant et permanent est permanent est **permanent non uniforme** et à débit variable, il est **non permanent non uniforme**.

II-3- Ecoulement rotationnel ou irrotationnel

Si les particules fluides au sein d'un écoulement tournent autour d'un de leurs axes principaux au cours de leur déplacement, l'écoulement est dit **rotationnel**.

Dans le cas contraire (déplacement des particules sans rotation, il est **irrotationnel**.

La rotation des particules est provoquée essentiellement par les forces de cisaillement, et en absence de celles –ci, les particules se déplacent-en translation exclusivement.

L'écoulement d'un fluide parfait est toujours irrotationnel.

En général :

Pour un **écoulement irrotationnel** : $Rot \vec{V} = 0$

Pour un **écoulement rotationnel** : $Rot \vec{V} \neq 0$

→ →

Ω est le vecteur tourbillon $\Omega = \frac{1}{2} Rot \vec{V}$

Il en résulte que lorsque l'écoulement est irrotationnel, le vecteur vitesse \vec{V} dérive d'un potentiel : Il existe une fonction

$\Phi(x, y, z)$ telle que :

→ →

$\mathbf{V} = \text{grad } \Phi (x, y, z)$

Où :

$$\mathbf{u} = \partial\Phi/\partial x; \bar{v} = \partial\Phi/\partial y; z = \partial\Phi/\partial z$$

La non uniformité de la distribution des vitesses d'un fluide réel près de la paroi fait que les particules s'y déforment avec un certain degré de rotation. L'écoulement y est donc rotationnel (gradient de vitesse \times viscosité = cisaillement) tandis que l'écoulement est irrotationnel si la distribution des vitesses est uniforme dans une section transversale de l'écoulement.

II- 4 – Ecoulement uni, bi, et tridimensionnels

Les composantes du vecteur vitesse de direction normale à la direction de l'écoulement sont négligées dans l'analyse des écoulements unidimensionnels. **L'écoulement dans une conduite est en général considéré comme unidimensionnel.**

Dans un **écoulement bidimensionnel**, le vecteur vitesse est fonction de deux coordonnées. Ainsi l'écoulement dans une rivière de très grande largeur peut être considérée comme bidimensionnel.

L'écoulement tridimensionnel est le cas le plus général des écoulements dans lequel le vecteur vitesse varie dans l'espace (fonction de trois coordonnées) et il est en général le plus complexe à analyser.

$V = f(x, t)$: Ecoulement unidimensionnel ;

$V = f(x, y, t)$: Ecoulement bidimensionnel ;

$V = f(x, y, z, t)$: Ecoulement tridimensionnel.

III- 5 – Ecoulement laminaire – Ecoulement turbulent

a) Ecoulement laminaire :

C'est un écoulement où les particules fluides se meuvent sur des couches lisses qui glissent les unes sur les autres. Dans ce type d'écoulement les contraintes de cisaillement sont dominantes et liées au gradient de la vitesse par la loi de Newton.

Un écoulement laminaire dans une conduite circulaire de diamètre constant possède une distribution de vitesse parabolique suivant la section droite : C'est l'écoulement de poiseuille.

b) Ecoulement turbulent :

Les particules fluides se meuvent sur des trajectoires aléatoires et les composantes de vitesse fluctuent. Les fluctuations de la turbulence entraînent un échange de mouvement créant ainsi des contraintes additionnelles de cisaillement de grande amplitude appelées tensions de Reynolds ou viscosité turbulente.

La distribution des vitesses dans ce régime est quasi uniforme, les particules centrales ne sont plus privilégiées sauf au voisinage de la paroi de la conduite où il y a développement d'un film laminaire.

c) Nombre de Reynolds Re :

Reynolds a montré expérimentalement que le passage d'un type d'écoulement à l'autre (laminaire ou turbulent) dépend d'un paramètre adimensionnel appelé **nombre de Reynolds Re**. Ce nombre représente le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité :

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu}$$

Où : ρ : masse volumique du fluide (k/m^3)
 μ : Viscosité absolue (P a.s)
 ν : Viscosité cinématique (m^2/s)
 V : vitesse moyenne de l'écoulement (m/ s)
 L : longueur caractéristique de l'écoulement (m).

d) Classification de régime dans une conduite circulaire

Dans une conduite circulaire de diamètre D on a :

Régime de l'écoulement	Valeur de Re
Laminaire	$Re < 2400$
Turbulent	$Re > 4000$
Transitoire	$2400 < Re < 4000$

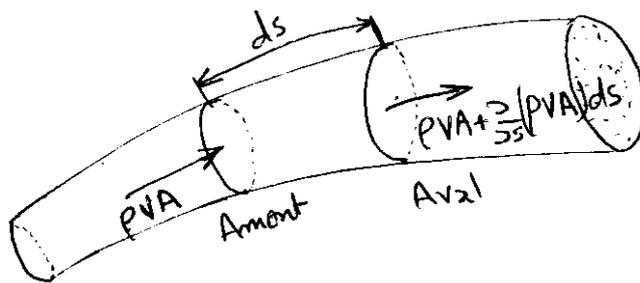
III- TUBE DE COURANT ET EQUATION DE CONTINUITE

III – 1 Tube de courant

Un tube de courant est un groupe de lignes de courant s'appuyant sur une courbe fermée :
 Puisque le vecteur vitesse est tangent en tout point de la ligne de courant, il n'y a pas
 d'écoulement à travers la surface du tube de courant et donc cette surface est similaire à la
 paroi d'une conduite fermée.

III-2 Equation de continuité

Considérons le tube courant de la figure et admettons que la vitesse V est la même pour
 toute les lignes de courant, Coupant une section transversale :



$ds = v dt$

Le bilan de masse s'écrit alors :

- Masse entrant par la face amont par unité de temps :

$$\rho VA$$

- Masse entrant par la face aval par unité de temps :

$$\rho VA + \frac{\partial}{\partial s}(\rho VA)ds$$

- Variation de la masse à l'intérieur du volume :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A ds)$$

En écrivant la conservation de la masse de l'élément, il vient alors :

$$\rho VA - (\rho VA + \frac{\partial}{\partial s}(\rho VA)ds) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho A ds)$$

Après simplification :

$$\frac{\partial}{\partial s}(\rho VA)ds + \frac{\partial}{\partial t}(\rho A ds) = 0$$

et puisque les variables s et t sont indépendantes, il en résulte :

$$\frac{\partial}{\partial s}(\rho VA) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho A) = 0$$

Si l'écoulement est permanent, cette équation se réduit à la relation simple :

$$\rho VA = Cte$$

Le long du tube de courant la constante est appelée **débit massique**. Son unité est : k/s
si de plus le fluide est incompressible, la relation précédente se réduit à :

$$VA = Cte$$

Cette constante le débit volumique Q (m^3/s)

V étant la vitesse moyenne dans une section transversale du tube de courant. Si la vitesse n'est pas uniformément distribuée sur cette surface, la vitesse moyenne est calculée par l'intégrale :

$$V = 1/A \iint u dA \quad \text{où } u \perp dA$$

Ainsi, pour un écoulement permanent de fluide incompressible dans un tube de courant, la conservation de la masse s'exprime par la relation simple :

$$Q = VA = Cte$$

IL en résulte que lorsque la section de l'écoulement s'élargit, la vitesse moyenne V de l'écoulement diminue et vice et versa.

IV- ACCELERATION DES PARTICULES FLUIDES

En général, le vecteur vitesse V d'un écoulement varie dans l'espace et avec le temps. L'accélération des particules fluides résulte aussi bien de la variation du vecteur vitesse que de sa variation locale avec le temps.

IV- 1- Accélération tangentielle

Si $V=f(s,t)$ désigne le module de la vitesse tangente au ligne de courant on a en général :

$$dV = \frac{\partial V}{\partial s} ds + \frac{\partial V}{\partial t} dt$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{ds}{dt} \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\partial V}{\partial t}$$

$$\frac{dV}{dt} = V \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\partial V}{\partial t}$$

Acc

Acc

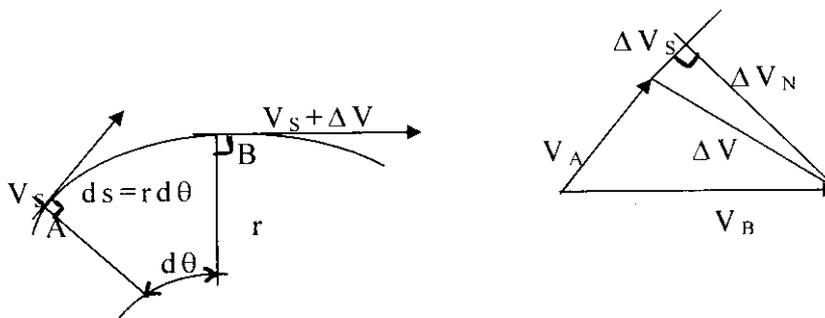
Acc

Totale convective Locale

IV- 2- Accélération normale

Le vecteur vitesse d'une particule parcourant une ligne de courant courbe varie en module et en direction.

Le long d'une ligne de courant courbe, de rayon r , la vitesse V en A devient $V + \Delta V$ en B. La variation ΔV peut être décomposée suivant la direction de V et la normale à ce vecteur.



La variation suivant la direction de V , ΔV_s produit l'accélération tangentielle, celle suivant la normale ΔV_N produit l'accélération normale.

L'accélération normale totale est donnée par la relation suivante :

$$\frac{dV_N}{dt} = \frac{V_s^2}{r} + \frac{\partial V_N}{\partial t}$$

Acc.
convective

Acc.
locale

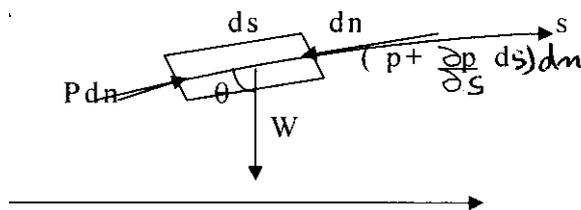
**ÉCOULEMENTS PERMANENTS
DE FLUIDES PARFAITS
INCOMPRESSIBLES**

Un fluide est dit parfait si sa viscosité est nulle. Dans ce type de fluide les contraintes tangentielles sont nulles.

I- CONSERVATION DE L'ÉNERGIE DE BERNOULLI

I-1 Equation d'Euler

Considérons un tube de courant infinitésimal et isolons l'élément de volume de dimension ds , dn et de largeur unité dans un plan orthonormé xOz .



l'élément de volume $dsdn$ est soumis alors aux forces suivantes :

- *- Forces de pression sur les bouts de l'élément ;
- *- La composante de la force de volume de l'élément dans la direction du mouvement $W = \rho g ds dn \cos \theta$;
- *- l'accélération tangentielle de la masse de l'élément $\rho ds dn a_s$.

Ainsi il en résulte :

$$p dn - \left(p + \frac{\partial p}{\partial s} ds \right) dn - \rho g ds dn \cos \theta = \rho ds dn a_s \quad (1)$$

$$\text{Or : } a_s = \frac{dV(s,t)}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial v}{\partial s} \text{ et } \cos \theta = \frac{\partial z}{\partial s}$$

l'équation (1) devient alors :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{g \partial z}{\partial s} = 0 \quad \text{C'est l'équation d'Euler (2)}$$

Cas particuliers :

Si l'écoulement est **permanent**, l'équation d'Euler devient :

$$\frac{V \partial V}{\partial s} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{g \partial z}{\partial s} = 0 \quad (3)$$

Si de plus le fluide est incompressible :

$$\frac{d(V^2/2)}{ds} + \frac{d(p)}{\rho ds} + \frac{d(gz)}{ds} = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{ds} \left(\frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} + gz \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} + gz = cte(4)$$

I – 2 Equation de Bernoulli et conservation de l'énergie

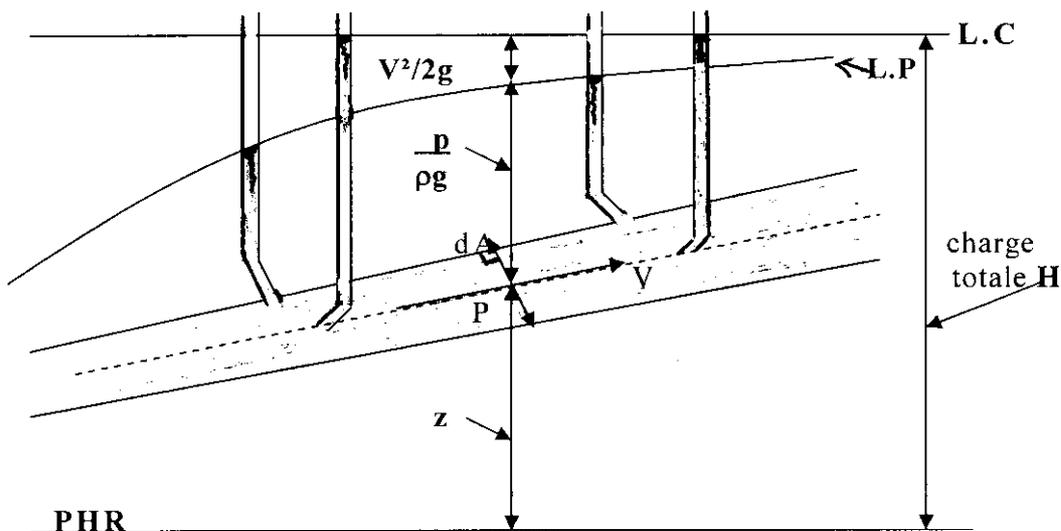
Lorsque le fluide est incompressible et l'écoulement est permanent l'équation d'Euler s'intègre facilement le long d'une ligne de courant pour donner :

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = H \quad \text{Equation de Bernoulli}$$

les terme de l'équation de Bernoulli sont tous **homogène dimensionnellement à une hauteur**

H : constante d'intégration appelée **charge totale**

z : position de la particule fluide comptée positivement vers le haut à partir d'un **plan horizontal de référence arbitraire PHR**.



$V^2/2g$ et $P/\rho g$: termes représentant respectivement la charge dynamique et la charge de pression sont déterminés facilement en plaçant des piézomètre dans l'écoulement.

Ligne de charge L.C : lieu géométrique des extrémités des segments déterminés par $z + P/\rho g + V^2/2g$ en tout point de la ligne de courant.

Ligne piézométrique L.P : lieu géométrique des extrémités des segments déterminés par $z + P/\rho g$ en tout point de la ligne de courant.

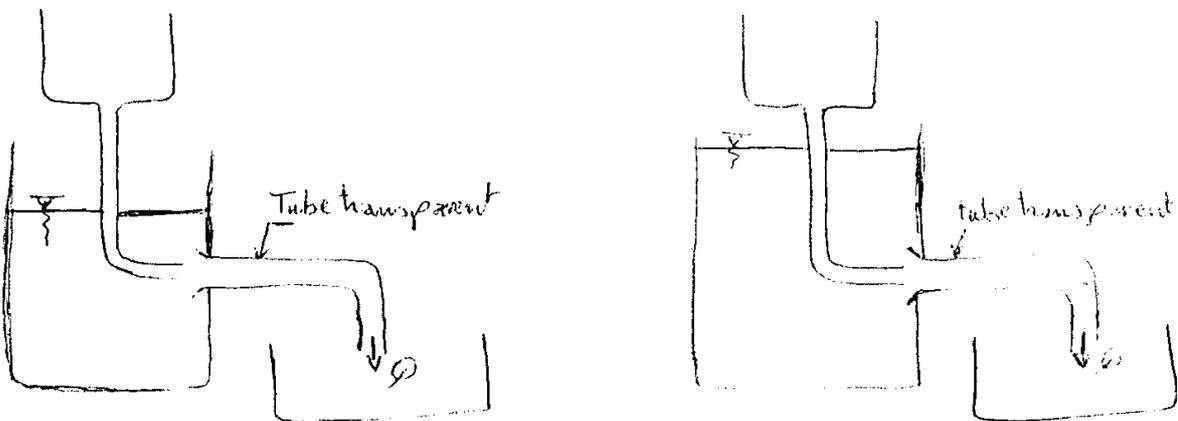
$z + P/\rho g$: hauteur piézométrique ou énergie potentielle par unité de poids.

$V^2/2g$: hauteur piézomètre ou énergie cinétique par unité de poids.

Charge hydraulique : est la somme des énergies potentielles et cinétiques.

Ainsi, l'intégrale de Bernoulli exprime la conservation de l'énergie mécanique de particule fluide le long d'une ligne de courant. En effet, pour un fluide parfait la transformation de l'une des énergies en une autre sur une ligne de courant se fait **sans perte**.

Écoulement laminaire / Turbulent : Expérience de Rhenolds :

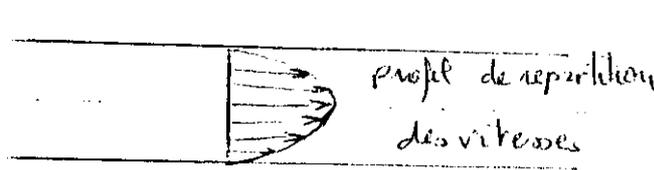


1^{er} cas :

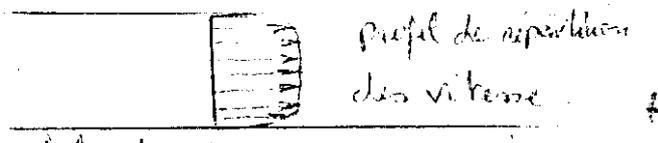
- Débit faible
 - faible vitesse d'écoulement
 - le filet coloré a une trajectoire rectiligne et régulière le long du tube transparent
- Écoulement laminaire :
les particules glissent sur des couches lisses :
- $$\vec{Z} = \mu \text{grad} \vec{v}$$

2^{ème} cas

- débit élevé
 - grande vitesse d'écoulement
 - le filet coloré diffuse dans toutes les directions laissant prévoir un mouvement désordonné et chaotique à l'intérieur du tube transparent
- Écoulement Turbulence crée des



\vec{Z} additionnelles de grande amplitude



profil des vitesses parabolique :
les particules centrales sont privilégiées
elles sont en avance $v \gg$
* au contact de la paroi la vitesse est nulle

profil de vitesse aussi un forme
toutes les particules avancent d'un seul coup
et à la même vitesse sauf en voisinage de la
paroi où se développe un film laminaire.

Renolds a défini pour chaque régime un seuil d'écoulement pour lequel ce dernier est soit laminaire ou turbulent. Ce seuil est le nombre de Renolds

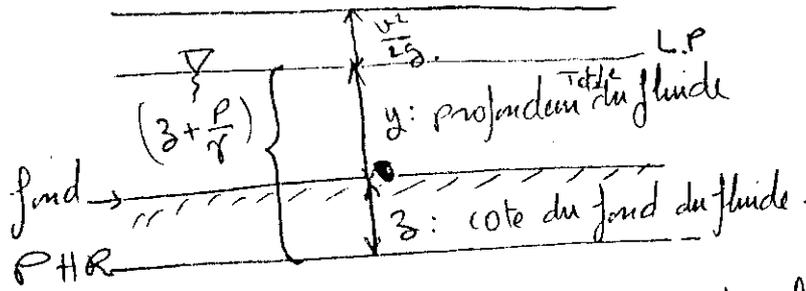
$$Re = \frac{\text{Forced'inertie}}{\text{Forcedevicosite}} = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{VL}{\gamma}$$

ÉCOULEMENT		
Laminaire	Transitoire	Turbulent

Chapitre 3 suite Écoulement permanent de fluide parfait incompressible
I-3 Écoulement à surface libre.

Ce sont des écoulements où la surface liquide mobile est en contact avec l'atmosphère et l'écoulement est dominé par l'action de la gravitation.

L'équation de Bernoulli s'applique à ce genre d'écoulement



La charge Hydraulique H est alors :

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \quad z + y + \frac{v^2}{2g}$$

avec z : cote du fond / PHR

y : profondeur Totale du fluide.

II- Puissance d'un écoulement

La puissance d'un écoulement est le travail fourni ou l'énergie transférée par unité de temps.

$$P = \rho g Q H = \gamma Q H$$

$$\text{ou} \quad H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$$

c'est l'énergie par unité de poids fluide en [J/N] ou [m]

Q : débit on volumique en [m^3 / s] ou [e/s]

P : puissance en [J/s]

Dans un écoulement la charge est construite d'après le théorème de Bernoulli, donc il n'y a pas de perte de charge, et l'énergie se conserve.

Le problème vas se poser dans le cas lorsqu'on veut remonter un liquide à un niveau supérieur à celui ou il se trouve. Dans ce cas on fait appelle à l'usage de pompes (qui servent à augmenter la charge du liquide c'est dire lui fournir une charge supplémentaire relative à la pompe)

II -1 Pompes

Une pompe est une dispositif qui sert à aspirer, déplacer on comprimer des liquides et des gaz.

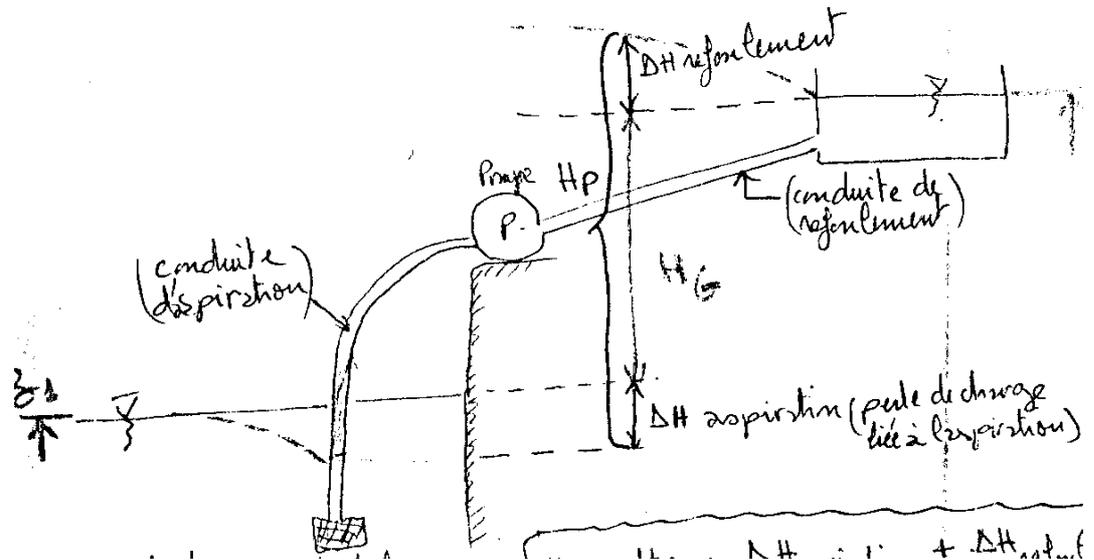
Il y a deux types de pompes :

- **Les pompes volumétriques** qui se basent sur la variation du volume par déplacer le fluide.
 - rotative
 - à piston rectiligne.

Les Turbopompes

- pompes centrifuges à écoulement radial

- pompes axiales à écoulement axial.
- pompes l'éliocentrifuges à écoulement miscte



- **charge Hyd de la pompe** $H_p = H_G + \Delta H_{\text{aspiration}} + \Delta H_{\text{refoulement}}$

avec H_p : charge supplémentaire fournie par la pompe

H_G : $Z_2 - Z_1$: Hauteur géométrique de l'écoulement à travers la pompe.

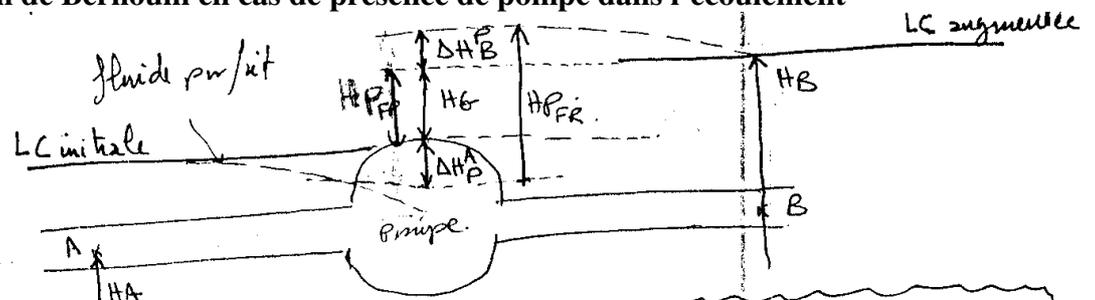
ΔH : perte de charge / aspiration ou refoulement

H_p : apparaît sans forme d'une montée puisque de la ligne de charge lorsque

La puissance de la pompe est :

$$P_p = \rho g Q H_p = \gamma Q H_p \quad \text{en J/s}$$

- **Equation de Bernoulli en cas de présence de pompe dans l'écoulement**



en cas de fluide réel :

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + H_p = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + \Delta H_A^B$$

Où $H_A + H_p = H_B + \Delta H_A^B$

$$H_{P_{FR}} = H_p + \Delta H_A^P + \Delta H_P^B$$

avec : H_p , $H_p = H_G$ charge Hydraulique de la pompe de l'écoulement du fluide parfait

$H_{P_{FR}}$ charge Hydraulique de la pompe de l'écoulement du fluide réel

ΔH_A^B = perte de charge totale = ΔH_A^P perte à l'aspiration

+ ΔH_P^B perte au refoulement

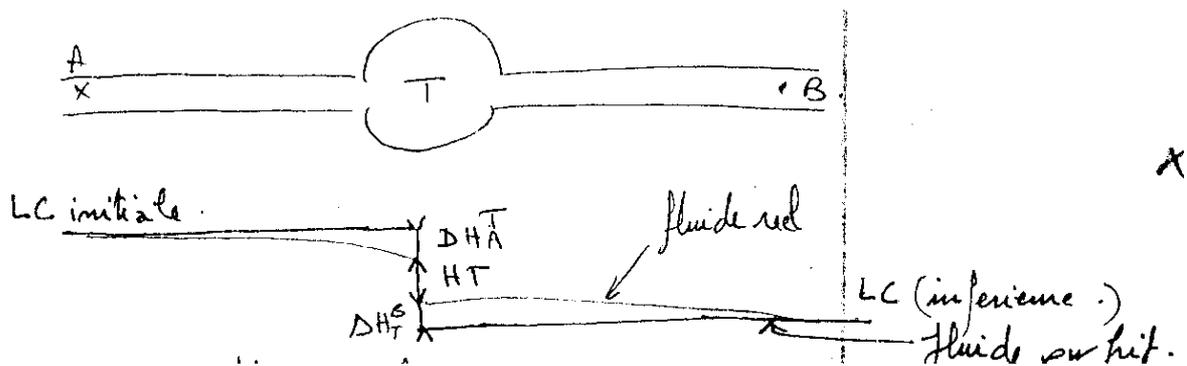
en cas de fluide parfait : il n'y a pas de perte de charge $\Delta H=0$

donc : $Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + H_p = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g}$ et $H_A + H_p = H_B$

II- 2 Turbines

Ce sont des moteurs rotatifs qui convertit une partie de la charge du fluide et la transforme en énergie mécanique (ex → électricité) c'est le contraire des pompes ; le niveau de la ligne de charge diminue.

* Puissance de la turbine $P_T = \gamma Q H_T$



pour un fluide réel la charge H_T diminue

$$H_A = H_B + H_T + \Delta H_A^B$$

Pour un fluide parfait $\Delta H_A^B = 0$

Pertes de charges

-Introduction

Les pertes de charges sont des pertes d'énergie des particules fluides qui varient d'un régime à l'autre.

- pour un régime laminaire, ces pertes sont occasionnées par les forces de viscosité. (possibilité d'évaluation exacte de la quantité d'énergie perdue.
- En régime turbulent du fait de l'agitation continue des particules ces pertes sont dues à la viscosité d'une part à cette agitation turbulente d'autre part. (il est impossible de déterminer théoriquement la quantité d'énergie dissipée).

Les pertes de charge sont divisées en deux catégories :

- les pertes de charges linéaires (liée à la longueur de la conduite)
- les pertes de charges singulière (liée à la géométrie de la conduite)

I- Pertes de charge linéaire**1) définition**

Ce sont les pertes proportionnelles à la longueur de la conduite leur dimension est homogène à une longueur et notées ΔH_L .

$$\Delta H_L = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \text{ [ml] pertes de charges linéaires}$$

avec : λ : coefficient de perte de charge déterminé expérimentalement il dépend de :

$$\lambda = f(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{D})$$

Re : nombre de Reynolds

$\frac{\varepsilon}{D}$: viscosité relative de la conduite (détermine l'état de la paroi de la conduite)

ε : hauteur moyenne des aspérités de la paroi (paramètre lié au matériaux de fabrications de la conduite)

D diamètre de la paroi

Si $D \nearrow \Rightarrow \frac{\varepsilon}{D}$ paroi lisse

$$\text{Re} = \frac{vL}{\nu}$$

2- Pertes de charge linéaire et régime de l'écoulement**a- Ecoulement laminaire :**

$$\text{Re} < 2400 \quad \lambda = \frac{64}{\text{Re}}$$

b- turbulent lisse

$$4000 < \text{Re} < \frac{33}{\varepsilon/D} \quad ; \quad \lambda = \frac{0,316}{\text{Re}^{1/4}} \quad ; \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0,86 \ln(\text{Re} \sqrt{\lambda}) - 0,8$$

c- Turbulent de transition

$$\frac{23}{\varepsilon/D} \left(\text{Re} < \frac{560}{\varepsilon/D} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,8 \text{Log} \frac{\text{Re}}{7 + \text{Re} \frac{\varepsilon}{10D}}$$

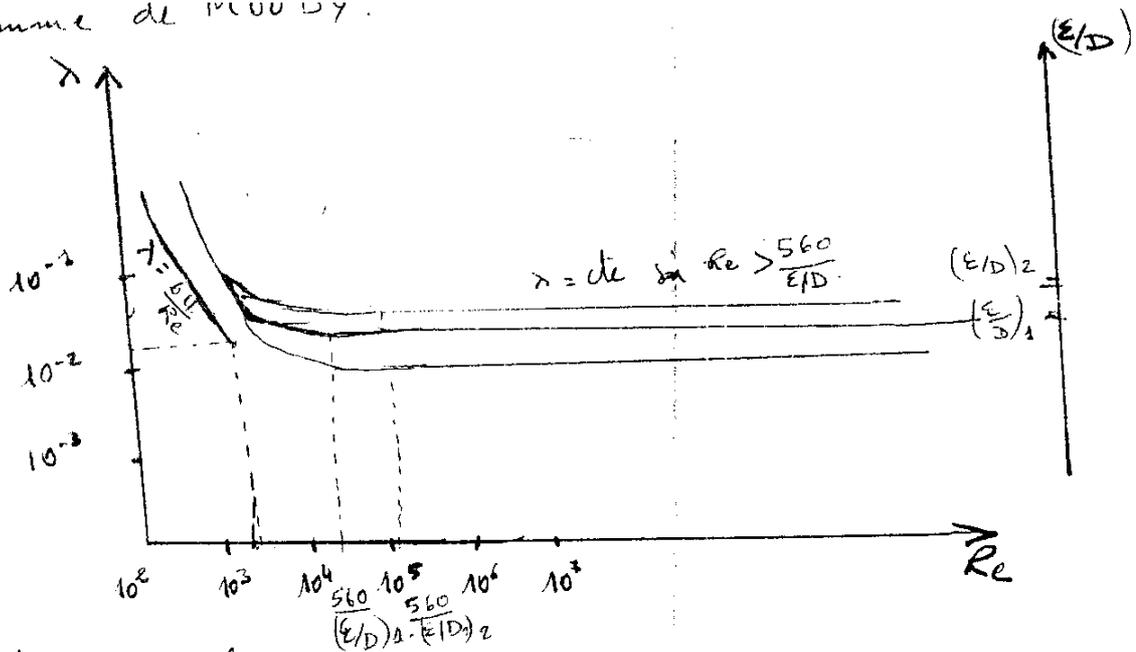
$$\lambda = 0,86 \text{Ln} \left[\frac{\varepsilon/D}{3,70} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} \right] ;$$

c- turbulent rigoureux

$$\text{Re} > \frac{560}{\varepsilon/D} \quad \lambda = \frac{1}{\left[0,86 \text{Ln} \frac{\varepsilon/D}{3,70} \right]^2}$$

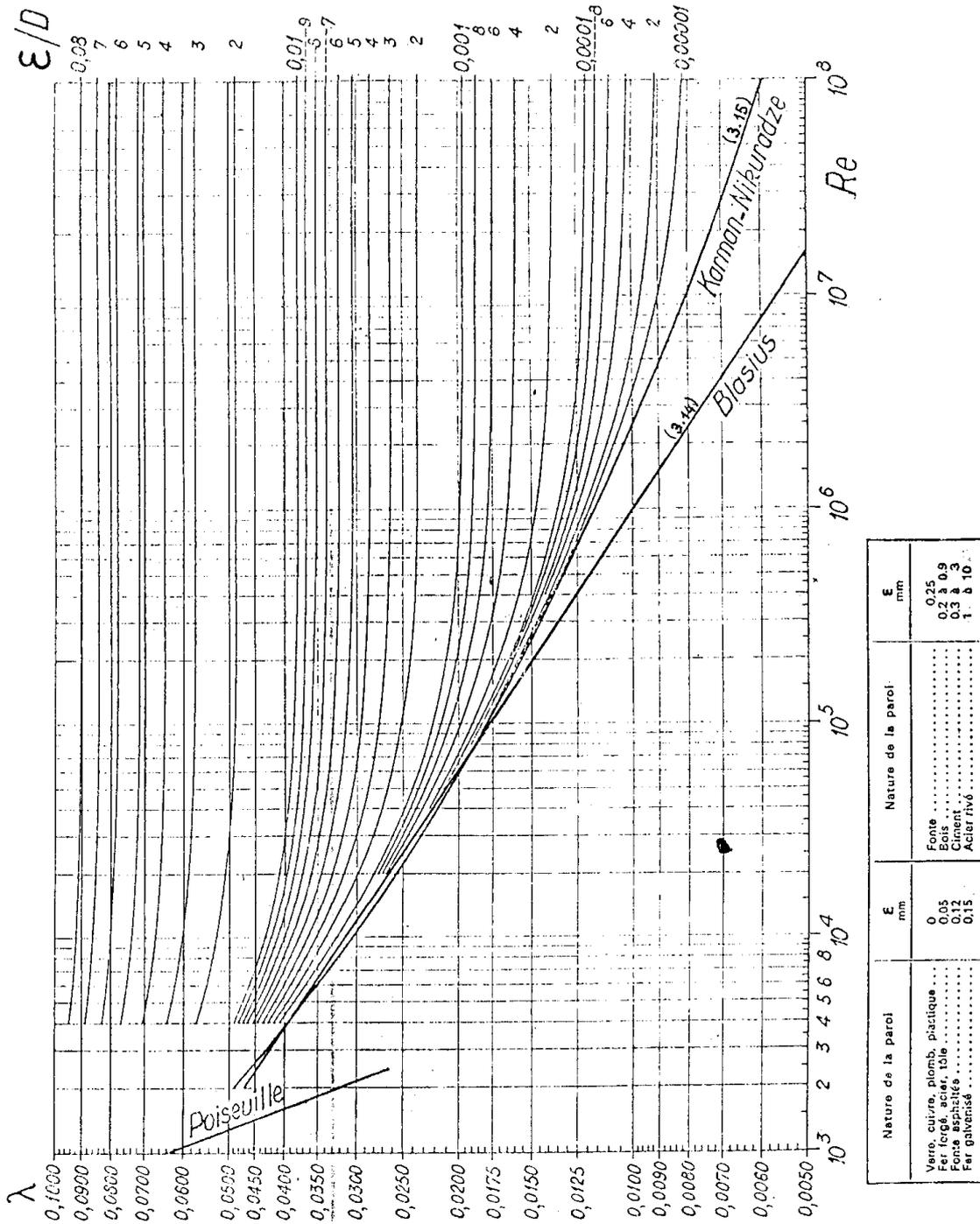
3-Diagramme de Moody

copie de MOODY.



4-Gradient hydraulique

on appelle gradient hydraulique et on le note $J = \frac{\Delta H}{L}$, perte de charge par unité de longueur (m/km de longueur de conduite)



4- Formule de perte de charge pour différents types de conduite**5-a Formule de SCIMENI**

Utilisée spécialement par les tuyaux en ciment et en fibrociment

$$J = \frac{\Delta H_L}{L} = \left[\frac{Q}{48,3} D^{-2,68} \right]^{\frac{1}{0,56}} \quad \text{en DIMATIT}$$

5-b Formule pour les tuyaux en PVC(plastique)

$$J = 0,000831Q^{1,75} D^{-4,75}$$

5-c Formule de CHEZY pour les tuyaux en fonte

$$v = c \sqrt{\frac{D * J}{4}} \quad v : \text{Vitesse moyenne}$$

C : 100 tuyaux en fonte lisse

C : 40 tuyaux en fonte riveuse

5- d Formule de DARCY 0.05 < D < 0.5m

tuyaux en fonte service

$$\frac{DJ}{4} = \left(\alpha + \frac{\beta}{D} \right) v^2 \quad \text{avec} \quad \alpha = 0.000507$$

$$\beta = 0.00001294$$

$$J = \frac{\Delta H_L}{L}$$

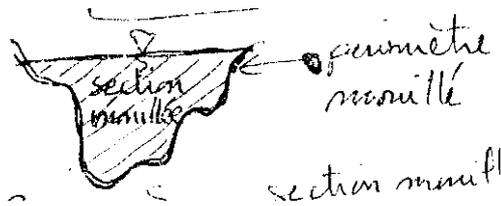
5-e Formule de STRICKLER écoulement à surface libreR_H = Rayon hydraulique

S = Section mouillée

K = coefficient de perte de charge

K= 50 pour une paroi riveuse

K = 100 pour une paroi lisse



$$Q = KR_H^{2/3} J^{1/2} s$$

$$R_H = \frac{s}{p} = \frac{\text{section muruillé}}{\text{périmètre muruillé}}$$

II Perte de charge singulière

- 1) **Définition** Ce sont des pertes d'énergie engendrées par des changements de section (élargissement, rétrécissement), des changements de direction (coudes à différents profils, Tès ...) ou par des appareils d'obturation (feglage de débit, Vannes , robinets ...) ou les notes ΔH_s .

$$\Delta H_s = K \frac{v^2}{2g} \text{ en [m] avec K coefficient de pertes de charge singulière}$$

$$= ms * (\sqrt{1}, \sqrt{2})$$

- 2) coefficient de perte de charge singulière Ks

2-a- Cas d'élargissement puisque

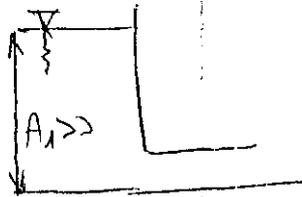
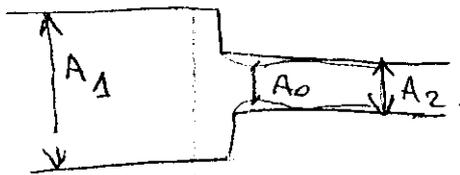
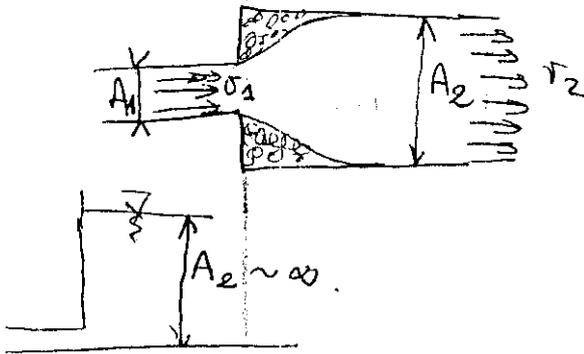
$$K = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right) + \frac{1}{g}$$

2-b- Cas d'élargissement infini

$$K = 1$$

2-c- Cas retrissement

$$K = \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2$$



C_c : coefficient de contraction

$$C_c = f\left(\frac{A_2}{A_1}\right)$$

Cas particulier $A_1 \gg$

retoussement à bord vif :

$$K = 0.5$$

retoussement à bord arrondi

$$K = 0.05$$

2-d- Cas de changement de direction :

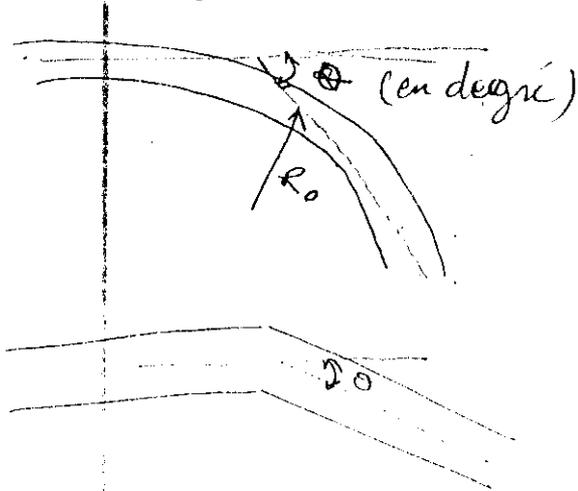
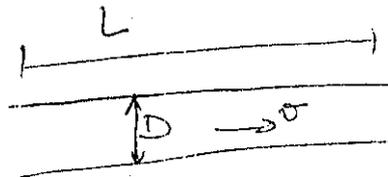


Diagram illustrating a pipe bend with a sharp corner. The angle of the bend is θ .

$$v_i = m \alpha v_i$$

$$\Delta H_1^2 = \sum \lambda_i \frac{L_i}{D} \frac{v_i^2}{2g} + \sum K_i \frac{v_i^2}{2g}$$

elles sont additives



- cas de coude arrondi

$$K = [0,13 + 1,85 \left(\frac{D}{2R\theta} \right)^{7/8}] \theta$$

θ : angle en degré

R_0 : rayon de la combue.

- cas de coude à angle vif

$$K = \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

- avec raccord cylindrique oblique

$$\Delta H = K(\theta) \frac{v^2}{2g}$$

$$K(\theta) = 0,5 + 0,3 \cos \theta + 0,2 \cos^2 \theta$$

O	20°	45°	60°	80°	90°
K	0.96	0.81	0.70	0.56	0.5

Conclusion: Perte de charge totale Bernoulli

III- Réseaux de conduite

1-

$$\Delta H_L = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad \text{or} \quad v = \frac{4Q}{\pi^2 D^2}$$

$$\text{d'ou} \quad \Delta H_L = \frac{8\lambda L}{g\pi^2 D^5} Q^2$$

$$\Delta H_L = rQ^2 \quad \text{avec} \quad r = \frac{8\lambda L}{g\pi^2 D^5} \quad r : \text{résiste de la conduite}$$

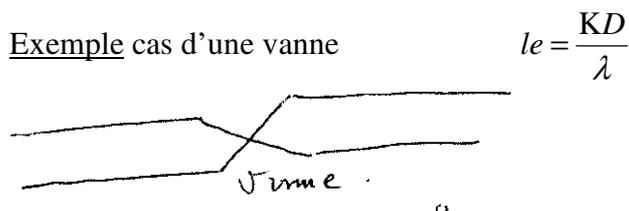
r : dépend de la vitesse sauf dans le cas où l'écoulement est turbulent rugueuse ($\lambda = f\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$ et

Re) $\frac{560}{\varepsilon/D}$), la résistance dans ce cas devient constante.

2- Longueur équivalent

Définition : C'est la longueur d'une conduite de même diamètre que le diamètre de l'appareil et qui introduirait une perte de charge linéaire égale à celle introduite singulièrement par l'organe

$$\Delta H_s = K \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{le}{D} \frac{v^2}{2g} \quad \text{avec : } le = \text{longueur équivalente}$$



$$\begin{aligned} \Delta H &= \frac{8\lambda L}{g\pi^2 D^5} Q^2 + \frac{Kv^2}{2g} = \frac{8\lambda L}{g\pi^2 D^5} Q^2 + \frac{8K}{g\pi^2 D^4} Q^2 \\ &= \left(\frac{8\lambda L}{g\pi^2 D^5} + \frac{8K}{g\pi^2 D^4} \right) Q^2 = \left(\frac{8\lambda L}{g\pi^2 D^5} + \frac{8\lambda le}{g\pi^2 D^5} \right) Q^2 \end{aligned}$$

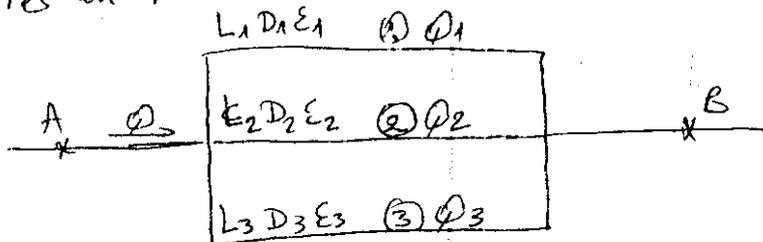
$$\Delta H = \frac{8\lambda(L + le)}{g\pi^2 D^5} Q^2$$

perte de charge totale

$$\Delta H = rQ^2 \quad \text{avec} \quad , r = \frac{8\lambda}{g\pi^2 D^5} (L + le)$$



le étant bien entendu la longueur équivalente introduite par des pertes de charge linéaire égale aux pertes de charge singulière introduite par la vanne



2- Réseaux de conduite en pa

$$B_A^B : C_1 : H_A = H_B + (\Delta H_A^B)_{C_1}$$

$$C_2 : H_A = H_B + (\Delta H_A^B)_{C_2}$$

$$C_3 : H_A = H_B + (\Delta H_A^B)_{C_3}$$

$$\Rightarrow (\Delta H_A^B)_1 = (\Delta H_A^B)_2 = (\Delta H_A^B)_3$$

C'est la loi de Kirchoff : La perte de charge est indépendante de chemin suivi (loi des mailles).

Loi des mailles

$$\Delta H_1 = \Delta H_2 = \Delta H_3 \quad 1$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad 2 \quad \text{conservation de la masse}$$

loi des nœuds : ΣQ arrivants = ΣQ repartant

Problème posé Données : Q, L, D, Σ on demande de terminer les

$$1 \Rightarrow r_1 Q_1^2 = r_2 Q_2^2 = r_3 Q_3^2 \Rightarrow \sqrt{r_1} Q_1 = \sqrt{r_2} Q_2 = \sqrt{r_3} Q_3$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1}{\frac{1}{\sqrt{r_1}}} = \frac{Q_2}{\frac{1}{\sqrt{r_2}}} = \frac{Q_3}{\frac{1}{\sqrt{r_3}}} = \frac{Q}{\sum \frac{1}{\sqrt{r_i}}}$$

d'où : le débit de la conduite m est déterminé par :

avec : m : indice de la conduite considérée

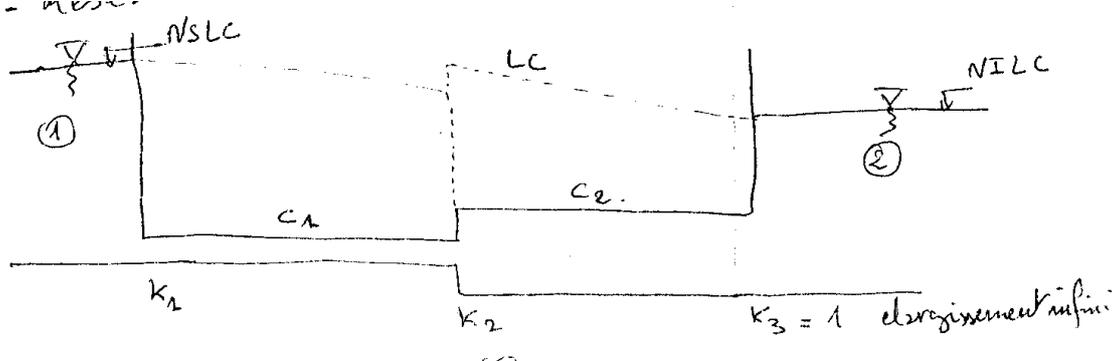
n : nombre totale des conduites en parallèle

Q : débit arrivant

Q_m : débit de la conduite d'indice m

$$r = f(\lambda) \quad ; \lambda = f\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{D}\right) \quad ; \text{Re} = f(v)$$

4- Réseaux de conduites en série



Application de Bernoulli entre les réservoirs 1 et 2

$$z_1 + 0 + 0 = z_2 + 0 + 0 + \Delta H_1^2 \Rightarrow \Delta H_1^2 = z_1 - z_2 = H \text{ charge Hydraulique}$$

$$\Delta H_1^2 = H = \left(\lambda_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{v_2^2}{2g} \right)^{\Delta H_L} \text{ pertes de charge linaire}$$

$$\oplus \left(K_1 \frac{v_1^2}{2g} + K_2 \frac{v_1^2}{2g} + K_3 \frac{v_2^2}{2g} \right)^{\Delta H_s} \text{ pertes de charge singulière on prend le } v_i \text{ max.}$$

- conservation du débit volumique

$$v_1 D_1^2 = v_2 D_2^2 \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{D_1^2}{D_2^2}$$

$$\Rightarrow \Delta H_1^2 = \left(K_1 + K_2 + K_3 \frac{D_1^4}{D_2^4} \right) \frac{v_1^2}{2g}$$

$$\text{D'où} \quad \Delta H_1^2 = H = [A + B\lambda_1 + C\lambda_2] \frac{v_1^2}{2g}$$